UNIVERSITY OF TORONTO
3 1761 01180641 1

QA
802
P3
cop.2

LEOT
915

LES AXIOMES DE LA MÉCANIQUE

" LES MAITRES DE LA PENSEE SCIENTIFIQUE "

HUYGENS (Christian). — *Traité de la lumière.* Un volume ..... 3 fr. 50
LAVOISIER (A.-L.) — *Mémoires sur la respiration et la transpiration des animaux.* Un volume..... 3 fr. »
SPALLANZANI (Lazare). — *Observations et Expériences faites sur les Animalcules des Infusions.* Deux vol. 6 fr. »
CLAIRAUT (A.-C.). — *Éléments de Géométrie.* Deux volumes ..... 7 fr. »
LAVOISIER et LAPLACE. — *Mémoire sur la chaleur.* Un volume ..... 3 fr. »
CARNOT (Lazare). — *Réflexions sur la métaphysique du Calcul infinitésimal.* Deux volumes..... 6 fr. »
D'ALEMBERT (Jean). — *Traité de Dynamique.* Deux volumes ..... 6 fr. »
DUTROCHET (René). — *Les mouvements des végétaux. Du réveil et du sommeil des plantes.* Un volume. 3 fr. »
AMPÈRE (A.-M.). — *Mémoires sur l'électromagnétisme et l'électrodynamique.* Un volume..... 3 fr. »
LAPLACE (P.-S.). — *Essai philosophique sur les probabilités.* Deux volumes..... 6 fr. »
BOUGUER (Pierre). — *Essai d'optique sur la gradation de la lumière.* Un volume..... 3 fr. »
MARIOTTE (Edme). — *Discours sur la nature de l'air. De la végétation des plantes. Nouvelle découverte touchant la vue.* Un volume.....
PAINLEVÉ (Paul). — *Les Axiomes de la Mécanique. (Examen critique). Note sur la propagation de la lumière.* Un volume.

Paraîtront prochainement :

MONGE (Gaspard). — *Géométrie descriptive.* Deux volumes.
GALILÉE. — *Dialogues et démonstrations concernant deux sciences nouvelles.*
NEWTON. — *Principes mathématiques de la philosophie naturelle.*
PASCAL. — *Traité de l'équilibre des liqueurs. Traité de la pesanteur de la masse de l'air.*
CARNOT (Sadi). — *Réflexions sur la puissance motrice du feu.*
D'ALEMBERT (Jean). — *Éléments de philosophie.*

Pamphlets

LES MAITRES DE LA PENSÉE SCIENTIFIQUE
COLLECTION DE MÉMOIRES ET OUVRAGES
Publiée par les soins de Maurice SOLOVINE

LES AXIOMES DE LA MÉCANIQUE

EXAMEN CRITIQUE

NOTE SUR LA PROPAGATION DE LA LUMIÈRE

PAR
Paul PAINLEVÉ
Professeur à l'École Polytechnique
Membre de l'Institut

184966.
29.10.23

PARIS
GAUTHIER-VILLARS ET Cie, ÉDITEURS
LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Quai des Grands-Augustins, 55

1922

QA
802
P3
cop 2

AVERTISSEMENT

L'accroissement rapide des découvertes scientifiques engendre fatalement l'oubli des découvertes passées et de leurs auteurs — oubli encore favorisé par le fait regrettable que la plupart des mémoires et des ouvrages, où ces découvertes se trouvent exposées, sont complètement épuisés et introuvables.

La collection des Maîtres de la Pensée scientifique *comprend les mémoires et les ouvrages les plus importants de tous les temps et de tous les pays. Elle est destinée à rendre accessibles aux savants et au public cultivé les travaux originaux, qui marquent les étapes successives dans la construction lente et laborieuse de l'édifice scientifique. Tous les domaines de la Science y sont représentés : les mathématiques, l'astronomie, la physique, la chimie, la géologie, les sciences naturelles et biologiques, la méthodologie et la philosophie des sciences. Étant la plus complète, elle fournit les documents indispensables aux historiens de la science et de la civilisation, qui voudront étudier l'évolution de l'esprit humain sous sa forme la plus élevée. Elle permet aux savants de connaître plus intimement les découvertes de leurs devanciers et d'y trouver nombre d'idées originales.*

Les philosophes y trouveront une mine inépuisable pour l'étude épistémologique des théories, des hypothèses et des concepts, au moyen desquels se construit la connaissance de l'univers. Elle offre enfin à la jeunesse studieuse un moyen facile et peu coûteux de prendre contact à leur source même avec les méthodes expérimentales et les procédés ingénieux que les grands chercheurs ont dû inventer pour résoudre les difficultés — méthodes concrètes, infiniment plus suggestives et plus fécondes que ne le sont les règles schématiques des Manuels.

On trouve encore dans les mémoires classiques, où la profondeur de la pensée et la justesse du raisonnement se manifestent sous une forme remarquablement lucide et élégante, le secret d'exposer les découvertes et les conceptions scientifiques d'une façon claire et précise, comme l'ont demandé à plusieurs reprises les savants les plus illustres de notre temps.

***

Les mémoires et les ouvrages français sont réimprimés avec grande exactitude d'après les textes originaux les mieux établis, et ceux des savants étrangers sont traduits intégralement et avec une rigoureuse fidélité.

M. S.

INTRODUCTION

1. La Science moderne est née le jour où furent énoncés, sous une forme générale et précise, les axiomes fondamentaux de la Mécanique. Depuis qu'elle a réalisé la synthèse des mouvements des astres et des mouvements des corps à la surface de la terre, la Mécanique n'a connu que des triomphes. C'est elle qui a servi de base et de modèle à la Physique, à la Chimie théorique, à toutes les branches des sciences où peuvent s'introduire les mesures.

Forte de l'extraordinaire précision avec laquelle elle sait calculer, pour plusieurs siècles, la configuration du système solaire, elle semblait reposer à jamais sur des principes inébranlables.

Mais depuis quelque vingt ans, l'étude des relations entre la matière et l'éther, ou mieux des rapports entre les phénomènes matériels et les phénomènes électromagnétiques et lumineux, s'est heurtée à des difficultés, à des contradictions que de nombreux esprits estiment insolubles si l'on ne modifie pas les principes mêmes de la Mécanique classique. C'est ainsi qu'est née la théorie de la Relativité, d'abord restreinte, puis généralisée.

Il est peu de doctrines dans l'histoire des sciences, qui aient été l'objet d'une curiosité comparable. C'est qu'en effet, la théorie nouvelle s'attaque aux fondements

mêmes de notre connaissance, sinon pour les détruire, du moins pour les transformer ; c'est qu'elle prétend briser, comme des ankyloses ancestrales, nos concepts les plus naturels et les plus instinctifs. Notion illusoire que celle de la durée intrinsèque d'un phénomène. Le relatif est au cœur de nos mesures, quelque raffinement que nous y apportions. En vain, nous perfectionnerons l'alliage *invar* de notre mètre-étalon ; en vain, nous rendrons plus incorruptible le platine irridié de notre kilogramme-type ; en vain, nous compliquerons nos chronomètres : il faut renoncer à l'espoir de tendre, par des approximations ininterrompues, vers des grandeurs absolues, longueurs et durées, *qui n'existent pas*. Qu'on imagine deux groupes d'observateurs jumeaux, munis des mêmes instruments de mesure et emportés sur deux mondes identiques, mais en mouvement l'un par rapport à l'autre; ils ne mesureront ni les mêmes durées, ni les mêmes longueurs. Leur mouvement *relatif* influera sur leurs mesures suivant une loi qui est identique pour tous les phénomènes. Et de même aussi le voisinage des masses matérielles. Mais comme cette influence est la même pour tous les phénomènes, aucune observation *locale* ne peut la révèler.

Illustrons d'un exemple la hardiesse de cette hypothèse. Une barque suit le courant d'un fleuve : un oiseau s'envole et, blessé, tombe à l'eau. Le temps qui s'écoule entre l'instant où il prend *effectivement* son vol et l'instant où il tombe *effectivement* à l'eau (1) n'est pas rigou-

(1) J'insiste sur le mot *effectivement* répété. Il ne s'agit pas de la durée qui s'écoule entre l'instant où un observateur *voit* l'oiseau s'envoler et celui où il le *voit* tomber. Il s'agit de la durée corrigée de l'erreur infinitésimale due au fait que la transmission de la lumière n'est pas instantanée.

reusement le même, mesuré par un observateur de la rive ou par un observateur de la barque.

2. Que de telles conceptions passionnent les milieux les plus divers, on doit s'en féliciter ; mais les esprits qui prétendent les accepter sans effort donnent par là même la preuve qu'ils ne les ont point pénétrées. Dans des questions aussi troublantes et où l'appareil mathématique est presque indispensable, les malentendus sont faciles, et c'est là le danger. Beaucoup des enthousiasmes que suscite la nouvelle et audacieuse doctrine, sont, je le crains, provoqués moins par les beautés profondes mais peu accessibles qu'elle recèle, que par les erreurs d'interprétation auxquelles elle peut prêter. Ces erreurs trouvent place dans maints traités récents qui prétendent enseigner la Relativité. Bien entendu, il serait inadmissible d'imputer aux créateurs de la doctrine, la responsabilité de ces malentendus, encore que certains exposés un peu téméraires, certains raccourcis saisissants apportent à ceux qui s'y sont trompés de larges circonstances atténuantes.

C'est un sage avertissement de dire que la théorie de la Relativité est comme un vin trop fort qui grise les cerveaux insuffisamment entraînés à la sévère discipline de la Science.

Pour s'aventurer sans vertige dans de telles spéculations, la première condition est d'avoir compris à fond les axiômes de la Mécanique classique. Autrement, comment comprendre les modifications apportées à ces axiômes et les raisons par lesquelles elles se justifient ?

Ces axiômes ont donné lieu, lors de leur découverte et jusqu'au milieu du XVIIIe siècle, à des controverses passionnées. Mais ils ont acquis une telle solidité, ils se

sont tellement fondus dans la science, les mécaniciens hésitent si peu sur le sens qu'il faut leur attribuer dans les applications, que l'enseignement et l'analyse de ces principes ont été depuis longtemps singulièrement négligée. Lorsque, voici plus de trente ans, professeur de Mécanique à la Faculté des Sciences de Lille, j'ai consacré plusieurs leçons à l'étude des axiômes fondamentaux, cette initiative fut en général critiquée et fit un peu scandale. Aujourd'hui que, par la force des choses, ces questions reviennent à l'ordre du jour, je crois utile de réimprimer deux opuscules [1] que j'ai publiés, l'un en 1905, l'autre en 1909, et qui résument, avec le minimum de terminologie mathématique, l'exposé des axiomes de la Mécanique, tel que je l'ai enseigné depuis 1890 à Lille d'abord, puis à la Sorbonne et à l'Ecole polytechnique. Je les ai reproduits sans en changer une ligne, mais je les ai fait suivre de quelques notes complémentaires sur la relativité.

Bien que le langage que j'emploie dans ces deux opuscules soit tout moderne, je crois avoir traduit fidèlement la pensée essentielle des fondateurs de la Mécanique, mise seulement sous une forme plus précise et plus explicite. C'est l'étude du mouvement, de la vitesse, de l'accélération, qui les a conduits, pas à pas, aux notions fondamentales du Calcul différentiel, et les découvertes mathématiques se mêlent dans leurs écrits aux axiômes de la Mécanique. Nous pouvons aujourd'hui les discriminer

(1) On trouvera plus loin les renseignements bibliographiques précis. L'opuscule *Les axiomes de la Mécanique classique* (p. 1-44) est le chapitre que j'ai écrit dans le livre *La méthode dans les Sciences* dû à la collaboration de divers savants et publié par Alcan en 1909. J'exprime mes remerciements à l'éditeur qui m'a autorisé à reproduire textuellement ce chapitre.

nettement. On constatera également que, dans les pages qui suivent, toutes les définitions et explications n'exigent d'autres notions que celles de longueur et de temps.

Enfin, par la méthode même et la marche adoptées, l'exposé qu'on va lire semble se prêter, comme par avance, à l'énoncé des modifications que proposent les théories nouvelles et à leur discussion. Je crois donc que ce livre constitue un utile préambule à la doctrine de la Relativité, et qu'il est en même temps de nature à mettre en garde contre ces erreurs d'interprétation dont j'ai parlé plus haut.

3. Une de ces erreurs, — la plus grave et la plus commune, — consiste à interpréter dans son sens étroit cette formule relativiste que les lois de la nature, en particulier, les lois du mouvement, sont les mêmes quel que soit le mode de repérage qu'il nous plaise d'adopter : autrement dit, elles seraient indépendantes des axes que nous choisissons pour leur rapporter le mouvement des corps.

Dissipons ce malentendu

Considérons, par exemple, deux astres, très éloignés chacun de tous les autres, dont l'un tourne et dont l'autre ne tourne pas, par rapport aux étoiles. Deux groupes d'observateurs sont emportés sur ces deux astres et rapportent, chacun à son astre, les mouvements de l'univers. C'est pour le second groupe seulement que le principe de l'inertie sera vrai et que la propagation de la lumière sera rectiligne ; pour le premier groupe, un élément matériel très éloigné de tous les autres, décrira de même que la lumière, une sorte de spirale dont chaque spire correspondra à une rotation complète de l'astre tournant.

Une autre erreur, très grave, non moins fréquente,

consiste à croire que les fameuses formules de Lorentz-Einstein sont vraies quand on compare les mesures effectuées par deux groupes d'observateurs quelconques, du moment que l'un est animé par rapport à l'autre d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme (1). En réalité, ces formules ne s'appliquent que si les deux groupes d'observateurs sont animés d'un mouvement absolu rectiligne et uniforme au sens de Newton; autrement dit, s'ils sont emportés respectivement par deux astres très éloignés chacun de toute matière et qui ne tournent pas par rapport aux étoiles. Pour les relativistes, ces deux astres sont sans rotation, ni accélération *par rapport à l'ensemble des corps de l'univers ;* pour les Newtoniens, leur rotation *absolue* et leur accélération *absolue* sont nulles. Mais peu importe ici cette différence de langage, puisque ce sont les mêmes repérages dont il est question.

3. En définitive, imaginons des astres très éloignés chacun de tous les autres et ne tournant pas par rapport aux étoiles. Soit, sur l'un d'eux, un groupe d'observateurs qui rapportent à leur support naturel les mouvements de l'univers et n'en connaissent rien que les observations et mesures qu'ils peuvent effectuer avec leurs propres instruments.

Dans la doctrine classique comme dans la doctrine relativiste, ces divers astres sont animés pour le groupe d'observateurs d'une translation rectiligne et uniforme, et la lumière se propage en ligne droite (2) avec une

(1) C'est ainsi que dans des traités consciencieux et récents, on peut lire : « Les lois des phénomènes physiques sont les mêmes dans tous les systèmes en translation *les uns par rapport aux autres* » !

(2) Dans la doctrine relativiste, pour que cela soit vrai, même au

vitesse constante dans chaque direction. Mais, d'après la doctrine classique, ceux qui, parmi ces astres, sont absolument immobiles, jouent un rôle exceptionnel; c'est par rapport à eux que l'éther dans son ensemble est *sensiblement* immobile, c'est par rapport à eux et à leurs observateurs, que la lumière se propage *avec la même vitesse dans tous les sens ;* quand l'on connaît l'heure t en un point fixe A, on connaîtra l'heure en un autre point immobile B de l'éther par l'envoi d'un signal lumineux de A à B ; si t est l'instant où le signal est envoyé de A, l la distance AB, V la vitesse de la lumière, l'heure à laquelle B reçoit le signal sera $t + \frac{l}{V}$. Ainsi, un chronomètre régulier en A définira l'heure, non seulement en A, mais en tout point de l'espace ; on peut imaginer qu'à chaque point immobile de l'éther soit affecté un chronomètre idéal réglé comme il vient d'être dit, et qui donne l'heure en ce point ; deux phénomènes en deux points différents A et B seront simultanés, s'ils ont lieu à la même heure ; ils auront même durée si l'horloge de A et l'horloge de B ont marqué une avance égale pendant les deux phénomènes. Plus généralement, la durée d'un phénomène qui commence en A et s'achève en B sera la différence entre l'heure que marque l'horloge de B quand il s'achève et l'heure que marquait l'horlog de A quand il a commencé. C'est le temps ainsi mesuré qui joue, dans la Mécanique classique, le rôle de temps absolu.

Mais, supposons que l'astre considéré, au lieu d'être

---

voisinage d'un astre, il faut supposer la masse de celui-ci petite, à cause de l'influence de la gravitation sur les mesures et les rayons lumineux.

absolument immobile, soit lancé dans l'éther d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme ; pour les observateurs de cet astre, la lumière se propage encore en ligne droite avec une vitesse constante, mais cette vitesse varie avec la direction du rayon lumineux. Il est impossible de définir la simultanéité en répétant pour les observateurs de l'astre en mouvement, ce qu'on vient de dire dans le cas de l'astre immobile. C'est aux observateurs immobiles qu'est attachée la notion unique de *temps universel.*

5. Voici la doctrine classique; que dit la doctrine de la Relativité ?

D'après cette doctrine, les propriétés énoncées dans le cas d'un astre absolument fixe restent vraies, à cette différence de langage près que l'astre devrait être considéré comme immobile par rapport à l'ensemble des corps de l'Univers. Mais la divergence essentielle, c'est que, d'après les relativistes, les mêmes propriétés subsistent, si l'astre est animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme de vitesse quelconque.

Autrement dit, pour des observateurs emportés par l'astre dans sa translation et qui font toutes leurs mesures *avec les moyens du bord*, la lumière se propage encore avec la même vitesse dans tous les sens. La Mécanique et la Physique qu'ils constituent ne diffèrent *en rien* de celles que constituent les habitants d'un astre immobile. Ils pourront donc définir la simultanéité de deux phénomènes et l'heure en un lieu quelconque, comme le fait la doctrine classique pour des observateurs immobiles. Mais à deux tels astres et à leurs habitants respectifs, correspondent deux définitions du temps universel non concordantes, ou plus exactement qui ne con-

corderont que si les deux astres sont immobiles l'un par rapport à l'autre. Ce dernier cas écarté, deux phénomènes qui se passent en deux points différents et qui sont *simultanés* pour les horloges d'un des astres, *ne sont point en général simultanés* pour les horloges de l'autre. Si, par exemple, un bolide s'allume, flambe et s'éteint dans l'espace sidéral, la durée effective de cet incendie n'est pas la même pour les physiciens d'un des astres que pour ceux du second.

Supposons que pour les observateurs de l'astre O, le bolide décrive une droite Ox et parcoure le chemin l entre l'instant t où il s'allume et l'instant $t + \Delta t$ où il s'éteint ; soit maintenant O_1 un autre astre qui, pour les observateurs de O s'éloigne de l'astre O sur Ox avec une vitesse uniforme v ; pour les physiciens de O_1, la durée *effective* Δt_1 de l'incendie du bolide sera

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta t - \frac{vl}{V^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}},$$

V désignant la vitesse de la lumière

Ainsi, à chaque vitesse de translation (en grandeur, direction et sens) correspond, dans la théorie de la relativité, une définition du temps universel. Si l'on imagine que chacun des astres O et O_1 soit accompagné de ses horloges, répandues à travers l'espace, ces deux familles d'horloges sont en discordance essentielle toujours et partout. Il n'y a plus de temps absolu, parce que l'on a le choix entre une infinité de temps universels qui, *à priori*, se valent. Quand un astre, au lieu d'être animé d'une translation rectiligne et uniforme, est animé d'une

accélération absolue ou d'une rotation absolue [1] ou de ce double mouvement, il n'est pas possible à ses habitants ni de définir, à l'aide des moyens du bord, la simultanéité de deux phénomènes en deux lieux différents, ni de choisir entre l'infinité de « temps universels » que nous venons de mettre en évidence. Ils ne pourront que comparer les durées des phénomènes *en un même lieu*, c'est-à-dire qu'ils seront en état seulement de mesurer le *temps local*.

Imaginons, par exemple, un astre O, sans rotation par rapport aux étoiles, et qui, primitivement très éloigné de tous les autres, se rapproche d'un soleil, le contourne, puis s'en éloigne à nouveau à l'infini. Dans le lointain passé comme dans le lointain avenir, il est animé sensiblement d'une translation rectiligne et uniforme, mais sa vitesse v_1 dans la première période n'est pas la même que sa vitesse v_2 dans la dernière. Dans chacune de ces deux périodes, les habitants de cet astre pourront définir la simultanéité et un temps universel ; mais ce temps ne sera pas le même pour les deux périodes. D'une façon précise, imaginons que deux astres très éloignés, O_1 et O_2, soient animés respectivement de la translation uniforme v_1 et v_2, chacun d'eux accompagné de ses horloges idéales ; dans la première période, le temps universel des habitants de O s'accordera avec les horloges de O_1, durant la seconde période avec les horloges de O_2 ; dans la période intermédiaire,

(1) Pour les relativistes, accélération ou rotation par rapport à l'ensemble des corps de l'univers, c'est-à-dire en fait, par rapport à des axes ayant des directions fixes relativement aux étoiles et comme origine le centre de gravité du système solaire. (*axes de Copernic*).

il n'existera pas pour eux de définition de la simultanéité ni de mesure universelle du temps.

D'une manière générale, dans la théorie de la Relativité, comme je l'ai dit plus haut, le mouvement propre des observateurs exerce sur les mesures de temps et d'espace une influence qui est la même, quel que soit le phénomène étudié. Il en est de même du voisinage de la matière; la proximité d'une masse considérable modifie nos mesures de temps et d'espace et leurs unités. Ces influences ne nous permettent que des mesures de temps local ; des observateurs ne peuvent définir la simultanéité de deux phénomènes en deux endroits différents, à moins que ces deux endroits ne soient très éloignés de toutes masses matérielles considérables et que les observateurs soient en translation absolue rectiligne uniforme.

Je me borne ici à ces indications qui mettent en garde contre les erreurs d'interprétation les plus fréquentes que commettent les nouveaux adeptes de la relativité. J'insiste seulement sur cette conclusion : appelons axes *privilégiés* tout trièdre de référence (emportant ses observateurs) par rapport auquel tout point matériel et tout rayon de lumière *dans le vide sidéral très étendu* décrit une droite d'un mouvement uniforme. *Dans la doctrine relativiste, comme dans la doctrine classique, il existe des axes privilégiés, et ces axes sont les mêmes*, à savoir en fait les axes de Copernic ou les axes animés par rapport à ceux-ci d'une translation rectiligne et uniforme (axes de Galilée). Pour les Newtoniens, ces axes sont absolument fixes ou animés d'un mouvement absolu de translation rectiligne et uniforme. Pour les relativistes, ils sont immobiles ou en translation rectiligne et uniforme par rapport à l'ensemble des corps de l'univers.

LES AXIOMES DE LA MÉCANIQUE CLASSIQUE[1]

LA GENÈSE DE LA MÉCANIQUE ET SON INFLUENCE SUR LES AUTRES SCIENCES

La Mécanique a joué dans le développement de la science un rôle prépondérant. La science d'Aristote, comme celle des Scholastiques qui en dérive, était presque exclusivement *qualificative* et *descriptive* : la science d'aujourd'hui est une science qui *mesure* et qui *prédit*, et c'est grâce à la Mécanique qu'elle a acquis ces deux caractères essentiels.

Pour expliquer cette influence de la Mécanique, il ne suffit pas, ainsi qu'on le fait souvent, de la définir comme l'étude raisonnée des phénomènes du mouvement. Car il n'y a pas de science, même embryonnaire, fût-ce une classification empirique, où la raison n'intervienne. Mais n'est-il pas évident qu'il existe un abîme entre le raisonnement intuitif et vague qui, par exemple, nous fait considérer la fonction de l'intestin comme un prolongement de celle de l'estomac, et le calcul rigoureux qui nous permet de prévoir avec une erreur presque inappréciable, la confi-

1. L'exposé qui suit (pages 1-44) est la reproduction textuelle d'un chapitre du volume intitulé « La Méthode dans les Sciences » publiée par la librairie Alcan en 1909.

guration du système solaire dans trois cents ans? Précisons donc les caractères propres de la Mécanique.

Tout d'abord, la Mécanique sait *mesurer* les phénomènes du mouvement : autrement dit, si complexes que soient leurs apparences, quels que soient les aspects qualitatifs qu'ils revêtent, qu'il s'agisse de la figure changeante d'un nuage, d'une chute d'eau, des déformations et des résistances d'un solide élastique, la Mécanique sait définir entièrement *à l'aide de nombres* ces mouvements, ces résistances, ces déformations.

D'autre part la Mécanique est plus qu'une science descriptive ; elle ne se borne pas à enregistrer les mouvements des corps matériels : elle recherche les *causes* de ces mouvements et les lois suivants lesquelles ces causes les engendrent. Connaissant les conditions initiales d'un système matériel et les lois auxquelles obéissent les influences mutuelles des corps de ce système, elle nous apprend à calculer le mouvement ultérieur de ces corps. La Mécanique est donc essentiellement une science qui sait prédire.

« Savoir, c'est pouvoir », dit l'antique adage. Cet adage pourrait se développer ainsi : « Savoir c'est être capable de prédire, et être capable de prédire, c'est pouvoir ». Car l'homme qui connaît d'avance les effets qu'engendrent des conditions initiales quelconques, n'a plus qu'à réaliser les conditions initiales dont les effets seront conformes à ses desseins. C'est pourquoi d'innombrables applications ont accompagné constamment les progrès théoriques de la Mécanique.

Quant à l'influence de la Mécanique sur le développement des autres sciences, il n'est pas difficile d'en apercevoir les raisons.

Et d'abord, les phénomènes du mouvement ou de l'équi-

libre interviennent toujours et partout, qu'ils se manifestent seuls ou qu'ils s'accompagnent d'autres phénomènes plus complexes (électriques, chimiques, etc.). La mécanique est donc la base nécessaire des autres sciences, au moins dès que celles-ci veulent être suffisamment précises.

De plus, la Mécanique est la première application du raisonnement, et notamment du raisonnement mathématique, à l'étude *quantitative* et *causale* des phénomènes naturels. Il lui fallait donc, pour se constituer, apprendre à mesurer les phénomènes du mouvement, préciser quantitativement, pour ces phénomènes, le principe de causalité et les conditions dites initiales; en un mot, il lui fallait créer, une fois pour toutes, la méthode qui permet à une science de passer de l'étude qualitative et descriptive des faits qu'elle embrasse à leur étude quantitative et causale. Base des autres sciences, la Mécanique devait donc aussi leur servir de modèle.

Ce n'est pas tout : la Mécanique de Galilée et de Newton avait éclairé tant de problèmes longtemps obscurs, que les savants ne se sont pas contentés d'imiter sa méthode dans l'étude de la chaleur, de l'électricité, de la chimie, etc. Ils ont cherché une explication mécanique de tous ces phénomènes. Malgré leur caractère hypothétique, ces représentations mécaniques de l'univers, — qu'elles emploient les atomes ou les milieux continus, ou ces deux concepts de la matière, — ont contribué, au moins autant que l'expérience directe, aux progrès des sciences physiques.

Il ne faut pas croire, d'ailleurs, que ce soit un hasard historique qui ait donné à la Mécanique cette prépondérance. Parmi tous les phénomènes, ceux qui sont le moins difficiles à mesurer, c'est-à-dire à définir complètement

avec des nombres, sont évidemment les phénomènes du mouvement : c'est donc la Mécanique qui devait, la première de toutes les sciences, revêtir la forme quantitative. Mais d'autre part, en vertu même du caractère plus abstrait et presque géométrique des phénomènes qu'elle étudie, elle devait végéter tant qu'elle n'était pas en état de revêtir cette forme Qu'on se représente un phénomène chimique, la combustion d'une allumette, par exemple : nous n'avons besoin que de nos sens pour constater ses phases, et nous savons que les mêmes phases se succèderont chaque fois que nous recommencerons l'expérience. Mais suivons un projectile lancé dans l'air ; que pourrons-nous dire de précis sur ce mouvement, si nous ne savons ni l'enregistrer, ni l'analyser au cas où nous l'aurions enregistré ? On conçoit donc que le développement de la Mécanique ait été à la fois si tardif et si prodigieusement rapide une fois commencé, et que, maîtresse de sa méthode, elle ait aussitôt pris le pas sur les autres sciences, même sur celles qui, comme l'Alchimie au moyen âge, semblaient la devancer.

Ces considérations suffisent à faire concevoir l'intérêt que présente, pour le philosophe comme pour le savant, la genèse de la Mécanique. C'est le type des sciences modernes, l'idéal sur lequel elles doivent se modeler. De l'exactitude de ses axiomes dépend celle de toute la science.

Par quelle méthode la Mécanique a-t-elle adapté les sciences rationnelles à l'étude des mouvements ? Quelles difficultés a-t-elle dû surmonter ? Comment a-t-elle dégagé ses axiomes de la trame enchevêtrée des phénomènes ? Ce sont là les questions que je voudrais traiter dans ces quelques pages.

LA MÉCANIQUE ET LA GÉOMÉTRIE

Je viens de parler de sciences rationnelles. Est-ce à dire qu'il y ait une différence essentielle entre ces sciences et la Mécanique ? En aucune façon.

C'est une vérité incontestée aujourd'hui qu'il n'existe pas de sciences rationnelles, au sens strict du mot : aucune science ne saurait se fonder sans emprunter à notre perception du monde extérieur quelques notions indéfinissables. Les sciences abstraites par excellence, l'arithmétique et l'analyse qui en dérive, reposent sur les notions de nombre et de somme de deux nombres. Si intuitives qu'elles nous paraissent, ces notions n'en ont pas moins une origine expérimentale : c'est lentement qu'elles se sont formées en nous, et parce que nos sensations forment des groupes séparés. Des êtres qui vivraient dans un milieu continu pour leurs sens, n'auraient aucune idée d'unités distinctes, ni par suite de nombre.

Les origines expérimentales de la Géométrie sont plus évidentes encore. Ses axiomes sur les figures invariables énoncent sous une forme épurée les propriétés de forme des solides matériels.

Mais si la Géométrie est une science expérimentale au même titre que la Mécanique, comment s'expliquer que leurs développements aient été historiquement si différents ? Pourquoi possédons-nous d'instinct les axiomes de la Géométrie, à tel point qu'une véritable dislocation intellectuelle nous est nécessaire pour les mettre en doute, tandis que les axiomes de la Mécanique donnaient lieu encore, il y a deux siècles et demi, aux controverses les plus passionnées, qu'ils demeurent ignorés aujourd'hui de la

plupart des hommes, et sont souvent incompris de ceux-là mêmes qui les emploient ?

L'explication, c'est que les vérités géométriques dérivent de nos contacts quotidiens avec les solides matériels, qu'elles s'imposent à nous de par les propriétés toujours les mêmes de ces corps, au fur et à mesure que nous prenons conscience du monde extérieur. De même que la terre a une carcasse solide, notre conception de l'univers a une ossature : la Géométrie.

Au contraire, le mouvement est, par sa nature même, changeant et presque insaisissable. Il fuit, en gardant ses secrets : nous devons les deviner au vol. Pour noter ses apparents caprices, nos sens ne suffisent plus : il faut une technique expérimentale, et cette technique elle-même ne suffit pas; quand on a observé avec précision le mouvement d'un corps réel, il faut encore l'*analyser*, j'entends déduire du phénomène intégral le phénomène élémentaire, le changement infinitésimal qui seul obéit à des lois simples, et dont la répétition et la combinaison indéfinie engendrent les phénomènes les plus complexes. Imaginons par exemple un photographe qui sache chronophotographier le mouvement d'une bille lancée dans le vide. A quoi lui servira son habileté technique s'il n'a aucune connaissance mathématique, s'il est incapable de mesurer sur son cliché la vitesse du projectile, les variations de cette vitesse, etc. Il pourra enregistrer mille fois le mouvement de la bille ; il ne parviendra jamais aux lois de la chute des corps. — Bien loin de s'imposer à nos sens comme les propriétés des solides, les lois fondamentales des mouvements ne pouvaient être décelées que par une technique expérimentale et une technique mathématique déjà savantes.

Mais, dira-t-on, si les remarques précédentes s'appliquent à la Dynamique, la science du mouvement, la Statique, science de l'équilibre, leur échappe. — C'est là précisément ce qui explique pourquoi la Statique, comme la Géométrie, est une science ancienne, et la Dynamique une science moderne. La théorie de l'équilibre du levier, l'hydrostatique, telles que les expose Archimède, sont des chapitres impeccables de la Mécanique. Mais bien que la Statique soit, comme la Géométrie, une science, si j'ose dire, de tout repos, il n'en existe pas moins entre ces deux sciences une différence de nature ; quand un système de points matériels forme une figure invariable, la Géométrie étudie les propriétés de cette figure, sans s'occuper des causes qui maintiennent invariables les distances de ces points, sans rechercher les conditions nécessaires et suffisantes pour que cet équilibre relatif subsiste. Ce sont ces causes et ces conditions qui font l'objet exclusif de la Statique. Cette science suppose donc la Géométrie ; elle ne pouvait être créée qu'après elle, mais elle n'exigeait point des méthodes d'observation et de raisonnement plus perfectionnées.

Il convient d'ajouter que la Statique, isolée de la Dynamique, est une science nécessairement incomplète et stérile, une branche d'arbre séparée du tronc. L'hydrostatique d'Archimède nous enseigne que la surface libre de l'eau dans un vase doit être horizontale ; elle pourrait nous expliquer la forme générale de la surface d'équilibre des mers, mais elle serait incapable de nous rendre compte des perturbations périodiques (marées) que subit cet équilibre.

C'est la Dynamique qui devait être réellement féconde et par ses conclusions directes et par les analogies qu'elle

suggérait. La Mécanique ne pouvait jouer son rôle de science-guide qu'une fois constituée intégralement.

L'habitude est de dire que la Mécanique moderne est née le jour où la méthode expérimentale détrôna les méthodes *à priori* des Scholastiques. Ceux-ci ratiocinaient sans observer; Galilée laissa tomber des balles de plomb du haut de la tour de Pise, fit glisser des corps pesants sur un plan incliné, regarda osciller une lampe dans la cathédrale de Florence, et la Dynamique fut fondée! — Sous cette forme brutale, l'historique n'est rien moins qu'exact. Ce sont des idées *à priori*, j'entends précédant toute expérience scientifique, qui au moins autant que l'expérience ont guidé les créateurs de la Mécanique, et ces idées étaient très voisines des idées scholastiques. Elles n'en différaient que par la modification, essentielle il est vrai, apportée par Copernic et son école au principe de l'inertie tel que l'entendaient les scholastiques. C'est donc à l'école de Copernic qu'il faut faire remonter la genèse de la Mécanique moderne; Galilée, Képler et Newton n'ont fait que développer, de toute la puissance de leur génie, les idées coperniciennes, et ce sont ces idées qui leur ont permis de déduire des expériences rudimentaires de Galilée et des observations astronomiques de Tycho-Brahé, toute la Dynamique.

Quelle était donc la pensée de fond des Coperniciens? C'était de soumettre rigoureusement au principe de causalité les phénomènes du mouvement. Mais les Scholastiques avaient la même prétention. Où était le point de divergence des deux écoles? C'est ce qu'il s'agit de préciser.

LE PRINCIPE DE CAUSALITÉ ET LES MESURES DE LONGUEURS ET DE TEMPS

Le principe de causalité est la base de toute science. Il est lié indissolublement à notre affirmation de l'existence objective du monde extérieur. Ce principe, les hommes et les animaux le possèdent et l'emploient d'instinct dans tous les actes quotidiens de leur vie. Le proverbe vulgaire « Chat échaudé craint l'eau même froide » exprime que le chat est capable d'une application même excessive du principe de causalité.

L'énoncé général le plus précis du principe est le suivant ;

« Lorsque les mêmes conditions sont réalisées, à deux « instants différents, en deux lieux différents de l'espace, « les mêmes phénomènes se reproduisent transportés seu- « lement dans l'espace et le temps. »

Par exemple, quand on met 1 gramme de zinc en copeaux dans un litre de vitriol, un jour quelconque, à Paris ou à Versailles, les conditions de température et de pression étant les mêmes, le gramme de zinc mettra le même temps à se dissoudre et donnera le même sel.

De même, si à deux instants différents, en deux lieux quelconques, on plonge la même barre de platine dans l'eau à 100° et si on mesure sa longueur, on constate que cette longueur est la même dans les deux cas.

Au principe de causalité se rattache un corollaire qu'on peut appeler le *corollaire de la symétrie* et qui s'énonce ainsi : « La symétrie des causes subsiste dans les effets. »

Le principe de causalité serait d'ailleurs inefficace si, en l'appliquant, nous ne le complétions implicitement par

l'addition suivante : « Un corps matériel donné influe « d'autant moins sur les mouvements et transformations « d'un autre corps qu'il en est plus éloigné. »

S'il n'en était pas ainsi, le principe de causalité pourrait être vrai, nous n'aurions aucun moyen ni de le vérifier ni de l'utiliser. L'univers entier interviendrait dans les conditions de n'importe quel phénomène. Si le précipité qui se forme à Paris dans telle réaction, était rouge ou bleu suivant qu'il pleut ou non au Cap ou que Sirius se réchauffe ou se refroidit, la chimie n'existerait pas.

Dans les applications du principe, il est donc toujours sous-entendu qu'on néglige les corps très lointains. L'erreur commise en négligeant ainsi un corps déterminé, sera d'autant plus faible que ce corps sera plus éloigné.

Le principe de causalité suppose qu'on sache mesurer les longueurs et le temps. Comment les mesurons-nous ?

Une première réponse vient à l'esprit : Ce sont les longueurs et le temps *absolus* qui interviennent dans le principe de causalité et que, par suite, il faut mesurer.

Mais en admettant que les notions de longueur absolue et de temps absolu aient un sens, la nature ne nous a pas mis en main un étalon de longueur et une horloge idéale, en nous garantissant l'invariabilité de l'étalon et la régularité de l'horloge. Nous ne pouvons que comparer entre elles des longueurs (ou des durées) dont aucune à l'avance n'est privilégiée. Entre deux tiges dont l'une s'allonge par rapport à l'autre, pourquoi est-ce la seconde, par exemple, que nous regardons comme invariable, et point la première ? Entre deux horloges qui ne s'accordent pas, dont l'une, par exemple, gagne sur l'autre une minute dans la première heure, trois minutes dans la seconde, etc., pourquoi préférer l'une à l'autre ?

Dira-t-on qu'il suffit d'adopter *une fois pour toutes* une tige matérielle avec laquelle on mesurera les longueurs, et une horloge quelconque avec laquelle on mesurera le temps, sans s'inquiéter de savoir si la longueur de la tige reste invariable, si l'horloge est bien réglée, ni même si ces questions ont un sens ? Mais il est bien évident que cette réponse est inadmissible. En fait, nos expériences vérifient le principe de causalité quand nous mesurons les distances et les durées à la façon ordinaire, à l'aide du mètre et de l'horloge *sidérale*[1]. Mais imaginons que nous remplacions notre horloge sidérale par une horloge qui marche de plus en plus vite relativement à la première : le principe de causalité va-t-il se vérifier encore ? Non pas : une réaction chimique, par exemple, qui, répétée dans les mêmes conditions, gardait avec notre premier système de mesures une durée invariable, nous apparaîtrait avec nos nouvelles mesures comme plus lente à chaque expérience nouvelle. Des remarques analogues s'appliquent à la mesure des longueurs.

Si donc le principe de causalité est vrai, il n'est vrai qu'à la condition de mesurer convenablement les longueurs et le temps.

Il suit de là que l'énoncé positif du princiqe est le suivant :

« *Il est possible d'adopter une fois pour toutes et pour tous* « *les phénomènes une mesure des longueurs et une mesure du* « *temps telle que le principe de causalité soit vrai toujours et* « *partout.* »

Voilà le principe, ou, si on veut, le postulat fondamental

1. Horloge réglée sur le mouvement diurne apparent des étoiles, c'est-à-dire sur la rotation de la terre.

qui est inscrit en tête de la science. Une fois accepté, il nous *impose* une mesure des longueurs et une mesure du temps. C'est là une conséquence qu'il importe de bien comprendre.

Admettons que nous sachions mesurer les longueurs et le temps de manière que le principe de causalité soit rigoureusement vérifié : il nous est évidemment loisible de remplacer l'unité de longueur par une autre longueur qui soit avec elle dans un rapport *constant*, de remplacer, l'unité de temps par une autre durée dix fois plus longue par exemple, ou cent fois plus courte. Le principe de causalité est encore vérifié, du moment, je le répète, que les nouvelles unités sont dans un *rapport constant* avec les premières. On dira, dans ce cas, qu'on change d'unités dans *le même système de mesures*.

Mais remplaçons les unités par de nouvelles unités qui soient avec les premières dans un rapport *variable* : le principe de causalité n'est plus vérifié.

Il ne peut donc exister deux systèmes de mesures distincts répondant au principe de causalité. Le postulat c'est qu'il en existe un : nous l'appellerons système de mesures *absolues*.

Comment le déterminer ?

LES UNITÉS ABSOLUES DE LONGUEUR ET DE TEMPS

Dans l'état actuel de nos mesures, le principe de causalité est bien vérifié quand on mesure les longueurs et les temps à l'aide du *mètre étalon* [1] et de l'horloge sidérale.

1. Le *mètre étalon* est la longueur d'une certaine règle de platine déposée aux archives, quand cette règle est placée dans la glace fondante.

Le mètre étalon et le jour sidéral sont donc des unités absolues, à une erreur imperceptible près (j'entends imperceptible pour notre technique expérimentale. Mais il est bien évident (nos mesures actuelles n'atteignant pas le cent millionnième de millimètre) qu'il nous serait loisible de remplacer le mètre étalon par une tige dont la longueur évaluée en mètres varierait arbitrairement entre un mètre et un mètre $+ \frac{1}{100.000\,000}$ de millimètre. Une remarque analogue s'applique à l'unité de temps.

Les faibles erreurs que comporte aujourd'hui la technique expérimentale nous laissent indécis entre une infinité de systèmes de mesures très peu différents. Chaque perfectionnement apporté à cette technique restreindra cette indétermination. Il faut donc bien distinguer entre l'affirmation absolue du principe de causalité et la détermination, essentiellement provisoire et perfectible, du système de mesures qui répond à ce principe.

Les perfectionnements déjà apportés au choix des unités de longueur et de temps et ceux qu'elles recevront encore, ne doivent nullement être invoqués contre la rigueur du principe de causalité. Ce sont au contraire des conséquences inévitables de ce principe, et ils ne visent à rien d'autre qu'à le vérifier plus exactement, au fur et à mesure que nos expériences savent être plus précises.

Il convient de remarquer que les raisons qui, à l'origine de la civilisation, ont fait adopter les premières mesures de longueur et de temps sont, sous une forme presque inconsciente, les mêmes que celles que je viens d'exposer.

Comment s'est imposée, en effet, la première unité de longueur ? Par les contacts permanents de nos sens avec les corps impénétrables et résistants que nous appelons *solides*.

Ces corps possèdent une propriété caractéristique : c'est que (moyennant quelques précautions) deux quelconques d'entre eux gardent les mêmes dimensions relatives quels que soient le lieu et l'instant où on les compare.

L'écorce terrestre, un morceau de bois ou de métal sont des solides. Deux pièces de métal placées toutes deux dans la glace conservent les mêmes dimensions relatives.

Ceci posé, imaginons un homme qui n'ait encore aucune idée de la géométrie Il sera induit à penser que ces corps, si divers et soumis à des influences si diverses, dont les formes et dimensions *relatives* ne changent pas, gardent les mêmes dimensions *absolues*. Car si les innombrables solides se déformaient, chacun d'eux se déformerait suivant sa loi propre qui dépendrait des influences auxquelles il est soumis, et il serait invraisemblable que les dimensions comparées des divers solides restassent justement dans le même rapport.

Que cette induction soit fondée ou non, notre observateur pourra toujours étudier empiriquement les propriétés de forme d'un solide : s'il en fixe deux points (les gonds d'une porte, par exemple), il constate que le solide peut occuper une infinité de positions, et que dans ces diverses positions toute une file d'éléments du solide demeure immobile (la rainure de la porte). S'il appelle *droite* ou règle cette file d'éléments ainsi définie, il peut réaliser de cette manière autant de droites matérielles qu'il lui plaît. S'il assemble bout à bout trois de ces règles, il forme un triangle dont il peut mesurer les angles, etc. Il constate que les rayons lumineux dans un air pur suivent une ligne droite : d'où un moyen d'étudier sur une bien plus grande échelle les propriétés des triangles. S'il essaie de résumer en quelques formules générales ses observations,

il énoncera sur les solides, les droites et les triangles matériels un certain nombre de propositions qui expriment précisément les propriétés attribuées par Euclide aux figures invariables, aux droites et aux triangles géométriques. C'est ainsi que les premiers arpenteurs ont fondé la géométrie. En particulier, on pourra mesurer, à l'aide d'une règle, la distance de deux éléments matériels par le procédé même qu'indique la géométrie pour mesurer la distance de deux points à l'aide d'un segment de droite pris comme unité. Les rayons lumineux permettront de mesurer les longueurs considérables ou inaccessibles. D'une manière générale, chaque théorème de la géométrie euclidienne traduira une propriété des solides matériels.

Disons maintenant quelques mots de *la mesure du temps.*

Nous ne pouvons que comparer les durées de phénomènes *simultanés.* Mais parmi tous les phénomènes il en est de nombreux qui nous apparaissent comme pouvant être répétés facilement et indéfiniment dans des conditions semblables. Considérons, par exemple, en un lieu de la terre, la chute de sable d'un sablier, les oscillations (d'amplitude donnée) d'un pendule, l'écoulement de l'eau d'un réservoir dont le niveau est maintenu constant, la dissolution d'un gramme de zinc dans un litre de vitriol, etc. Répétons indéfiniment ces expériences et comparons leurs durées entre elles, ou avec le mouvement diurne des étoiles : nous constatons que ces durées restent dans le même rapport, et dans un rapport constant avec la rotation apparente des étoiles. D'une façon précise, si l'oscillation du pendule, par exemple, s'est répétée 500 fois pendant que notre sablier se vidait une fois, que le réservoir perdait 8 centilitres d'eau, que la sphère céleste tournait de

2 degrés ; il en sera de même encore chaque fois qu'on recommencera ces expériences.

Par une induction analogue à celle que nous avons faite pour les solides, nous sommes amenés à penser que ces phénomènes si divers, dont les durées *relatives* ne varient pas, gardent une durée *absolue* invariable. D'où l'idée de mesurer le temps à l'aide de ces phénomènes et notamment du mouvement diurne des étoiles, c'est-à-dire à l'aide de l'horloge sidérale.

Il est bien évident qu'il n'y a pas d'absurdité *logique* à mesurer les longueurs à l'aide d'une tige dont la longueur varie par rapport au mètre étalon, ou le temps à l'aide d'une durée variable par rapport au jour sidéral. Mais que je mesure, par exemple, le temps par les battements de mon cœur : tous les phénomènes de l'univers, les phénomènes chimiques, les oscillations du pendule, la rotation de la terre, etc., sembleront se ralentir sur le même rythme chaque fois que je monterai un escalier. De même, tous les solides de l'univers, l'écorce terrestre, etc., sembleront se contracter *de la même manière* si la règle que je prends comme mètre s'allonge par rapport au mètre étalon.

L'idée de bon sens qui a dirigé les premières mesures et qui intervient dans toutes les mesures scientifiques peut se préciser ainsi. Quand de multiples phénomènes sans lien apparent nous semblent présenter un caractère commun, par exemple le même rythme, deux hypothèses sont possibles : ou bien leurs causes comprennent une cause commune qui nous échappe ; ou bien ce caractère commun n'est qu'une apparence qui résulte de notre procédé d'observation ou de mesure. Quand la première hypothèse est inadmissible (notamment quand les phénomènes en question sont trop nombreux et trop séparés pour comporter

entre eux aucun lien), c'est la seconde hypotèse qui s'impose. Si, par exemple, entrant dans une chambre à la fin du jour, j'aperçois par une vitre toute la campagne rose, je peux croire ou que le coucher du soleil ou que la vitre est rose. Si toute la campagne m'apparaît bleue, je suis sûr que c'est la vitre qui est bleue.

Pour ce qui est des perfectionnements successifs apportés aux unités fondamentales de longueur et de temps, il importe tout d'abord de remarquer que *quantitativement* ils sont très petits, et que toutes les corrections ultérieures seront de plus en plus subtiles. Si on comparait les dimensions d'un champ mesurées par les Chaldéens ou par nos géodésiens les plus raffinés, la différence serait bien faible. Quant aux idées qui ont inspiré ces perfectionnements, elles sont exactement les mêmes que celles qui ont inspiré les premières mesures. Les raisons qu'invoquent nos congrès internationaux pour choisir telles unités absolues ne diffèrent pas de celles qui hantaient obscurément les cerveaux des premiers arpenteurs; elles sont simplement plus conscientes et mieux dégagées de l'instinct. Elles ne nous expliquent pas seulement les perfectionnements passés : elles nous permettent de prévoir les modifications qui, vraisemblablement, seront apportées avant un siècle à nos modernes unités.

Quand elle créait le système métrique, la Convention regardait comme invariable un méridien de la terre, et définissait le mètre comme la 40.000.000e partie de ce méridien ; à ce mètre, on a substitué aujourd'hui le mètre étalon, et on parle de la contraction de la terre causée par son refroidissement. Le mètre étalon lui-même sera bientôt détrôné. Deux mètres en platine construits avec des soins minutieux par le bureau international des poids et

mesures ont aujourd'hui la même longueur : dans un siècle, ils auront subi des déformations permanentes et leurs longueurs différeront d'une quantité que la technique future saura apprécier malgré sa petitesse. Entre les deux mètres, quel sera le bon, et pourquoi adopter l'un plutôt que l'autre ? La longueur d'onde d'une radiation lumineuse déterminée nous apparait comme étant de nature plus constante que le mètre étalon, et c'est une telle longueur (ou un de ses multiples) qui est destinée à être la prochaine unité.

De même, le principe de causalité, précisé (comme nous allons l'expliquer) pour les phénomènes du mouvement, conduit à cette conclusion que la rotation de la terre se ralentit imperceptiblement sous l'influence des marées. La durée d'une ondulation lumineuse correspondant à une radiation déterminée (ou quelque durée déduite d'un phénomène électrique *constant*) sera vraisemblablement la prochaine unité de temps. On constatera alors que le jour sidéral est plus long d'une seconde par exemple dans quelques siècles.

Ces corrections minuscules ne modifieront d'ailleurs en rien les lignes de l'édifice scientifique, tant que le principe de causalité sera maintenu. Il en serait tout autrement si le principe lui même devait être abandonné. Imaginons que l'avenir impose la conclusion suivante : des divergences petites, mais supérieures aux erreurs de mesures, existent entre les conséquences de ce principe et nos expériences, et ces divergences ne sauraient être effacées par aucune modification des unités de longueur et de temps. Alors, toutes nos conceptions crouleraient : la science ne serait plus capable que d'enfermer les phénomènes entre deux limites, très rapprochées il est vrai mais qu'elle ne

saurait franchir, et dans cette étroite bande qui lui serait à jamais interdite, les phénomènes échapperaient à toute causalité. Le développement de la science n'a fait d'ailleurs qu'accentuer l'invraisemblance de cette hypothèse.

Peut-être trouvera-t-on que j'ai trop insisté sur des idées si évidentes et si étroitement mêlées à notre perception du monde extérieur que la difficulté est non de les comprendre, mais de les analyser et de les critiquer. Ce sont pourtant ces mêmes idées qui ont guidé les fondateurs de la Mécanique.

RELATIVITÉ DES MOUVEMENTS OBSERVÉS

La pensée maîtresse des Coperniciens, c'était, comme nous l'avons dit, de soumettre au principe de causalité les phénomènes du mouvement. Mais une difficulté se présentait tout d'abord qu'on ne rencontrait pas dans l'observation des phénomènes tels que les phénomènes chimiques, calorifiques, lumineux, plus complexes et plus riches d'apparences sensibles que ceux du mouvement. Qu'on répète une réaction chimique dans une chambre ou dans une voiture en mouvement, les apparences qu'enregistreront nos sens seront les mêmes. Mais observons la chute de la pluie dans un air calme : elle nous paraît verticale ou oblique suivant que nous sommes enfermés dans une chambre ou dans une voiture qui roule, c'est-à-dire suivant que nous rapportons le mouvement des gouttes d'eau à la terre ou à la voiture qui nous emporte. Au plafond de la voiture attachons un pendule : les mouvements et l'équilibre de ce pendule sont tout différents suivant que la voiture est immobile ou qu'elle s'ébranle. Pour soumettre ces mouvements au principe de causalité, est-ce à la terre

qu'il faut les rapporter, ou aux parois de la voiture, ou à d'autres repères ?

On ne saurait trop insister sur cette *relativité* des mouvements observés. Imaginons, par exemple, une hirondelle qui vole en ligne droite par rapport à la terre, et un aéronaute dont le ballon tournoie au milieu d'une nuée et qui distingue cette hirondelle et rien d'autre : pour l'aéronaute, l'hirondelle tournoiera dans l'espace et décrira une sorte de spirale dont chaque spire correspondra à un tour du ballon sur lui-même.

En un mot, le mouvement d'un corps matériel n'est déterminé que si nous disons *à quoi* nous rapportons ce mouvement. Une fois choisis les *repères* que nous regardons comme fixes, la manière la plus précise et la plus simple de représenter le mouvement du corps consiste à introduire ce que les mathématiciens nomment des *axes*. Supposons que nous rapportions les mouvements à la terre ; il nous est loisible de choisir trois plans rectangulaires invariablement liés au sol, soit le plancher d'une salle et deux de ses murs verticaux ; à un instant donné, la position d'un élément matériel sera déterminée si on connaît la distance de cet élément à chacun de ces trois plans. Ces trois plans forment un trièdre (à arêtes rectangulaires) qu'on appelle *trièdre de référence* ou trièdre des axes.

De même, si on rapporte les mouvements à la cage d'une voiture, on pourra choisir comme trièdre de référence le trièdre formé par le plancher de cette cage et deux de ses parois verticales.

Nous dirons, dans ce qui suit, qu'on a défini un repérage des mouvements quand on a choisi les repères regardés comme fixes, ou, si on veut, un trièdre de réfé-

rence auquel on rapporte à chaque instant la position de tous les éléments matériels.

LA MÉCANIQUE DE COPERNIC ET DE GALILÉE

Les Coperniciens n'ignoraient point que nos observations et nos mesures sont relatives et ne font que comparer entre elles des durées, des longueurs et des positions d'objets.

Mais de même qu'ils admettaient les notions de longueur et de temps absolus, ils admettaient la notion de mouvement absolu. Un corps, un élément matériel, fût-il seul dans l'univers, occupe à chaque instant dans l'espace une position, un volume déterminé, qui peut ou non changer quand le temps varie.

C'est le mouvement absolu des corps matériels qui est soumis au principe de causalité.

Mais quel sens précis les Coperniciens donnaient-ils à ce principe ?

Pour l'expliquer plus nettement, je me placerai provisoirement dans l'hypothèse simpliste où l'univers serait formé d'atomes identiques de dimensions inappréciables, dont chacun reste identique à soi-même et ne peut, par conséquent, que se déplacer dans l'espace.

Considérons un système d'atomes, extrêmement éloigné de tous les autres corps. Si, à deux instants différents, ce système se trouve placé dans les mêmes conditions initiales, les mêmes mouvements absolus se reproduiront à partir des deux instants considérés. Si les conditions initiales ne se trouvent reproduites qu'à un transport près dans l'espace, les mêmes mouvements se reproduiront à

ce transport près dans l'espace. Enfin si les conditions initiales présentent une certaine symétrie, la même symétrie apparaîtra dans les mouvements absolus du système.

Voilà ce qu'exprime le principe de causalité.

Mais qu'appellera-t-on *conditions initiales* du système ? C'est là que résidait toute la difficulté de l'interprétation du principe, et c'est là que les Coperniciens faisaient plus ou moins consciemment appel à l'expérience et notamment aux observations de la chute des corps.

Nous pouvons lancer une pierre dans une direction donnée, avec une vitesse plus ou moins grande ; autrement dit, nous pouvons l'abandonner en une position arbitraire, avec une vitesse arbitraire en grandeur et en direction. Mais le mouvement ultérieur de la pierre est dès lors déterminé. Partant de cette observation vulgaire, les Coperniciens admettaient que les conditions initiales d'un système matériel sont les positions et les vitesses de ses atomes.

Imaginons, en particulier, que le système se réduise à un seul élément matériel, et considérons la droite définie par la position et la vitesse initiale de cet élément. Les conditions initiales sont évidemment symétriques par rapport à cette droite ; le mouvement sera donc symétrique par rapport à cette droite, c'est-à-dire qu'il aura lieu suivant cette droite. Si la vitesse initiale est nulle, les conditions initiales sont symétriques par rapport à la position initiale de l'élément : l'élément demeure immobile.

Le principe de causalité ainsi interprété conduit donc à la conclusion suivante :

Un élément matériel infiniment[1] *éloigné de tous les autres*

1. Le mot *infiniment* signifie que la proposition est d'autant plus exacte que l'élément matériel est plus éloigné de tous les autres.

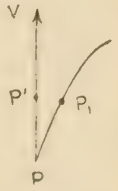
reste absolument fixe si sa vitesse initiale est nulle, et décrit une droite s'il est animé d'une vitesse initiale.

Pour certaines raisons de *simplicité* appuyées d'observations astronomiques sur lesquelles nous reviendrons, les Copernicien admettaient que le mouvement absolu de l'élément est non seulement rectiligne, mais uniforme. Le principe de l'inertie qu'ils inscrivaient en tête de la dynamique s'énonce donc ainsi :

Le mouvement absolu d'un élément matériel infiniment éloigné de tous les autres est rectiligne et uniforme.

Supposons maintenant que certains corps soient proches de l'élément considéré P, par exemple un aimant, ou un fil attaché à P, etc. Le mouvement de P ne sera plus, en général, rectiligne et uniforme : sa trajectoire sera une certaine courbe, sa vitesse changera en direction et en grandeur. On dira alors que les corps voisins excercent sur P une certaine force. Mais comment *mesurer cette force?*

Considérons un très petit intervalle de temps, le plus court par exemple que nous sachions actuellement mesurer. Au début de cet intervalle, l'élément P a une certaine position et une certaine vitesse : s'il était infiniment éloigné de tous les autres corps, sa position à la fin de l'intervalle serait P′, tandis qu'en fait elle est P_1 ; pendant l'intervalle de temps considéré, la présence de corps voisins a donc fait *dévier* l'élément de P′ en P_1. On dira que la force qui pendant ce petit intervalle de temps s'exerce sur l'élément a comme direction et sens la direction et le sens $P' P_1$ et qu'elle est proportionnelle à la fois à l'intensité de cette déviation et au nombre d'atomes qui composent l'élément P.



Cette définition, qui substitue à la notion vulgaire et imprécise de force une quantité mesurable, apparaît comme naturelle si on réfléchit que la grandeur dirigée qui représente mathématiquement la force a le sens de la déviation dont cette force est la cause, et qu'elle est proportionnelle à la fois à la grandeur de cette déviation et à la quantité de matière déviée.

J'ai parlé d'un *très petit* intervalle de temps ; en réalité, c'est d'une durée *infiniment petite* qu'il s'agit, et c'est la déviation infinitésimale de l'élément pendant cette durée qui intervient dans la définition rigoureuse de la force à chaque instant. Cette déviation infinitésimale est caractérisée par la grandeur dirigée que les mathématiciens appellent *l'accélération*. La notion d'accélération ne pouvait être dégagée des phénomènes du mouvement sans l'emploi du calcul infinitésimal, et tant qu'elle n'était pas acquise, la Dynamique ne pouvait être créée. Copernic et ses dicisples avaient l'idée nette de la vitesse comme d'une grandeur dirigée, mais c'est Galilée qui a introduit la notion d'accélération, et c'est à la découverte de cette notion que lui ont surtout servi ses expériences sur la chute des corps et le plan incliné Il convient de remarquer que le calcul infinitésimal seul, s'il eût été assez avancé, aurait conduit, sans aucune expérience, à la notion, purement géométrique, d'accélération. Mais, historiquement, c'est au contraire l'observation des mouvements qui a inspiré toutes les découvertes du calcul infinitésimal, et c'est sous le vêtement mécanique qu'elles se sont présentées d'abord aux regards des chercheurs.

La mesure de la force étant ainsi déduite de l'analyse différentielle des mouvements, le calcul intégral permet d'effectuer l'opération inverse et de calculer le mouvement

fini d'un élément matériel connaissant (en outre de ses conditions initiales) la force qui s'exerce sur lui à chaque instant.

Ce n'est pas tout : l'analyse infinitésimale ainsi opérée dans le temps, pouvait aussi, grâce au principe de la *composition des forces*, être effectuée dans l'espace. Quand deux corps sont simultanément en présence d'un élément matériel, la force qu'ils exerçent sur cet élément est la diagonale du parallélogramme construit sur les deux forces qu'exercerait sur P chacun des deux corps s'il était seul. Cette règle, établie en Statique[1], Galilée et Newton l'admettaient en Dynamique. Comme elle s'étend immédiatement au cas où plusieurs corps, au lieu de deux, sont en présence de P, on conçoit immédiatement qu'elle permette, à l'aide du calcul différentiel, de décomposer la force totale qu'un corps quelconque S exerce sur un élément matériel P en forces exercées sur P par les divers éléments de S. En un mot, l'opération que les mathématiciens appellent *différentiation* est capable de résoudre les phénomènes les plus complexes du mouvement en *actions élémentaires*, j'entends en actions qui s'exercent entre éléments de matière pendant un temps infinitésimal. Inversement, connaissant les conditions initiales d'un système matériel et les lois de ses actions élémentaires, l'opération dite *intégration* permet de sommer, en quelque sorte, dans le temps et dans l'espace ces actions élémentaires et de reconsti-

1. Le principe de la composition des forces en Statique était connu et correctement appliqué dans l'antiquité et au moyen âge. Les cathédrales gothiques en sont une illustration. Galilée ne l'énonce pas explicitement, mais il l'emploie. Stevin, contemporain de Galilée, en donne un énoncé absolument général.

tuer, par la combinaison et la répétition de ces phénomènes infinitésimaux, le phénomène intégral dans sa complexité.

LE PRINCIPE DE L'ACTION ET DE LA RÉACTION

Nous n'avons pas épuisé les conséquences qu'entraîne le principe de causalité. Imaginons un système très éloigné de tous les autres corps et formé de deux éléments matériels *identiques* P et P_1, dont les vitesses initiales sont nulles. Les conditions initiales du système sont évidemment symétriques par rapport à la droite qui joint les positions initiales des deux points, et aussi par rapport au milieu, soit O, de ces positions : le mouvement aura donc lieu sur cette droite et le point absolument fixe O restera le milieu des deux points. Il suit de là aussitôt que les forces exercées l'un sur l'autre par les deux éléments seront à chaque instant égales et directement opposées.

Galilée admettait comme évident que la force que deux éléments exercent l'un sur l'autre ne dépend que de leurs positions et non de leurs vitesses absolues[1]. D'après cela, supposons que les vitesses initiales des deux points identiques P et P_1 soient quelconques : ils décriront des trajectoires curvilignes, mais les forces qu'ils exerceront l'un sur

1. Il serait téméraire de regarder ce postulat nouveau comme une conquête expérimentale, car on se demande de quelles expériences Galilée l'aurait déduit. Il est bien plutôt un vestige des anciens principes scholastiques dont nous parlons plus loin et dont Galilée était beaucoup moins dégagé qu'on ne le pense généralement. Heureux vestige d'ailleurs, car le nouveau postulat a singulièrement contribué au développement de la Mécanique (voir p. 32 et 43).

l'autre à chaque instant seront les mêmes que si leurs vitesses étaient nulles, et par suite seront égales et directement opposées.

C'est le *Principe de l'action et de la réaction* dans un cas particulier.

En combinant le résultat précédent avec la loi de composition des forces, on peut étendre le principe au cas général où chacun des deux éléments est formé d'un nombre quelconque d'atomes.

Mais toutes nos définitions supposent les éléments matériels formés d'atomes identiques. Or c'est là une hypothèse invérifiable, et contredite d'ailleurs par la plupart des théories modernes de la matière. Il faut donc s'en débarrasser. Rien de plus facile au point où nous en sommes. Il suffit d'admettre qu'à chaque élément matériel on peut adjoindre un nombre qu'on appellera sa *masse* et qui répond aux conditions suivantes :

1° Il reste le même quelles que soient les transformations subies par l'élément, pourvu que celui-ci ne perde ni n'acquière aucune parcelle de matière;

2° Toutes les propositions énoncées ci-dessus, en regardant la masse d'un élément comme le nombre de ses atomes, sont vraies.

Le corps des axiomes de la mécanique se trouve ainsi constitué indépendamment de toute arrière-pensée sur la composition de la matière.

LE REPÉRAGE ABSOLU DES MOUVEMENTS

Mais les axiomes ainsi inscrits en tête de la Mécanique concernent le mouvement absolu. Or, que cette notion ait ou non un sens, la même difficulté se pose qu'au sujet des

longueurs et des durées absolues. Notre observation directe n'atteint que des mouvements relatifs : entre deux corps qui se déplacent l'un par rapport à l'autre, pourquoi regarder l'un comme fixe et l'autre comme mobile?

Dira-t-on qu'il suffit d'adopter *au hasard* un repérage des mouvements et de s'y tenir, en un mot de choisir arbitrairement une fois pour toutes les repères qu'on regarde comme fixes et de leur rapporter tous les mouvements de l'univers? Mais il est bien évident que les axiomes de la Mécanique ne sauraient être vrais dans un repérage quelconque. Considérons, par exemple, trois directions allant du centre du soleil à trois étoiles déterminées, et rapportons les mouvements au trièdre ainsi défini : le mouvement d'un élément matériel très éloigné de tous les autres est alors, comme nous l'allons voir, sensiblement rectiligne et uniforme. Rapportons au contraire les mouvements à la terre regardée comme fixe : le même élément matériel décrit une spirale, comme tout à l'heure l'hirondelle par rapport au ballon tournoyant. Le principe de l'inertie, vérifié dans le premier repérage, ne l'est plus dans le second.

Quelle est donc la signification positive des axiomes copernicien? C'est évidemment la suivante :

Il est possible d'adopter, une fois pour toutes et pour tous les mouvements de l'univers, un mode de repérage tel que les axiomes de la Mécanique soient vrais toujours et partout.

Ce mode de repérage, comment le déterminer?

Les Copernicien admettaient que la vitesse absolue des corps de l'univers ne doit pas dépasser une certaine limite. Si plusieurs corps sont colossalement éloignés les uns des autres, leurs déplacements absolus pendant un siècle par exemple sont négligeables devant leurs distances;

la droite qui joint deux d'entre eux garde donc une direction absolument fixe, et les directions qui vont d'un des corps aux autres font entre elles des angles invariables. Cette considération conduisait les Coperniciens à regarder comme absolument fixe les directions qui vont de la terre (ou du soleil) aux étoiles.

Imaginons maintenant trois directions allant du centre du soleil à trois étoiles choisies une fois pour toutes, et rapportons tous les mouvements au trièdre ainsi défini : les centres des planètes du système solaire décrivent sensiblement, avec une vitesse constante, des cercles concentriques au soleil. Le mouvement du centre d'une planète pendant quelques jours ressemble d'autant plus à un mouvement rectiligne et uniforme qu'elle est plus éloignée du soleil. Le principe de l'inertie et plus généralement tous les axiomes de la mécanique sont vérifiés sensiblement si les mouvements sont ainsi repérés. Ils ne le seraient pas si ce trièdre de directions fixes par rapport aux étoiles avait comme sommet le centre de la terre; ils le seraient moins encore si le trièdre était lié invariablement à la terre et tournait avec elle.

Les axiomes coperniciens entraînent donc l'affirmation du double mouvement absolu de la terre : rotation sur elle-même et circulation de son centre autour du soleil.

En définitive, de même qu'il nous impose une mesure des longueurs et une mesure du temps, le principe de causalité, une fois admis, nous impose un certain repérage des mouvements. Le repérage que nous venons de définir ci-dessus répond sensiblement au principe de causalité et aux axiomes coperniciens; mais il est évident que les remarques faites au sujet des mesures de longueur et de temps, peuvent se répéter ici : le repérage adopté est susceptible de perfectionnements, et en fait a déjà été perfectionné.

C'est ainsi que l'origine du trièdre de référence doit être, non le centre du soleil, mais le centre de gravité du système solaire, point mobile par rapport au centre du soleil, mais qui s'en écarte peu.

Ce qui est essentiel, c'est d'admettre qu'un repérage des mouvements universels est *possible* tel que les axiomes classiques de la mécanique soient vrais : quant à la détermination effective de ce repérage, elle doit faire l'objet d'une approximation indéfinie, d'autant plus précise que nos mesures deviendront elles-mêmes plus précises.

Il importe toutefois de signaler une indétermination que comporte le repérage absolu des mouvements et qui n'a point d'analogue dans la mesure des longueurs et du temps. D'après la doctrine copernicienne, les mouvements satisfont aux axiomes énoncés plus haut s'ils sont rapportés à un trièdre absolument fixe : mais il est facile de démontrer mathématiquement qu'il en est encore ainsi quand le sommet du trièdre de référence, au lieu d'être fixe, décrit une droite avec une vitesse constante, les arêtes gardant des directions absolument fixes. Si donc on a déterminé expérimentalement un trièdre de référence tel que les mouvements répondent aux axiomes de la mécanique, on ne peut affirmer que ce trièdre soit absolument fixe; on sait seulement que les directions de ses arêtes sont absolument fixes et que son sommet est ou immobile, ou animé d'un mouvement absolu rectiligne et uniforme. En un mot, le repérage absolu des mouvements n'est défini de par les axiomes classiques de la Mécanique qu'à une translation près rectiligne et uniforme. Cette indétermination, sur laquelle nous revenons plus loin, ne présente d'ailleurs aucun inconvénient quant au développement de la Mécanique; qu'on adopte un quelconque des repérages absolus

entre lesquels on a ainsi le choix, on démontre que les forces absolues telles que nous les avons définies restent les mêmes.

LA MÉCANIQUE SCHOLASTIQUE ET LA MÉCANIQUE COPERNICIENNE

Les Scholastiques, comme les Coperniciens, partaient des notions de temps, de longueur et de mouvement *absolus*, et comme les Coperniciens, ils admettaient que les mouvements absolus satisfont au principe de causalité. Quel était donc le point de divergence précis des deux doctrines ?

Considérons, comme plus haut, un système d'éléments matériels dont chacun reste identique à soi-même, et supposons ce système colossalement éloigné de tous les autres corps. Pour les Coperniciens comme pour les scholastiques, l'état du système à un instant donné (ou, si on veut, l'état initial du système) détermine son avenir, c'est-à-dire son mouvement absolu. Mais pour les scholastiques, l'état initial du système, ce sont les positions de ses éléments à l'instant initial, et rien d'autre ; pour les scholastiques, ce sont les positions *et les vitesses* à l'instant initial.

En particulier, supposons que le système se réduise à un seul élément : par raison de symétrie (p. 22), la doctrine scholastique entraîne cette conséquence que l'élément reste nécessairement immobile. Le principe de l'inertie scholastique s'énonçait ainsi : *Tout élément matériel infiniment éloigné des autres reste absolument fixe.*

Pour les Scholastiques, il n'y a donc pas de *vitesse acquise* : que d'un élément matériel en mouvement on écarte brusquement et à grande distance tous les autres corps,

l'élément s'arrête brusquement. D'après les Coperniciens, au contraire, il garde sa vitesse en grandeur, direction et sens.

Pour les scholastiques, ce sont les corps voisins qui, à chaque instant, communiquent à un élément matériel sa vitesse ; pour les Coperniciens, les corps voisins modifient, à chaque instant, d'une façon continue, en grandeur et direction, la vitesse acquise de l'élément.

Cette divergence sur le principe de l'inertie suffit à creuser un abîme entre les deux doctrines. Considérons, par exemple, un système de deux éléments matériels, infiniment éloigné des autres corps, et supposons que les deux éléments s'attirent : si la vitesse initiale de chaque élément est nulle, les deux éléments se meuvent sur la droite qui les joint et viennent se choquer ; mais si les vitesses initiales ne sont pas nulles et ont des directions quelconques, que doit-il arriver d'après la doctrine copernicienne ? Chaque élément décrira une trajectoire curviligne en déviant à chaque instant de la direction de sa vitesse actuelle vers l'autre élément, et les deux éléments ne se heurteront pas. D'après la doctrine scholastique, tout se passera comme dans le cas où les vitesses initiales sont nulles, et les deux éléments viendront se heurter.

C'est ce qui explique l'objection opposée par les Scholastiques au système de Copernic et à l'hypothèse du mouvement de la terre : « Pourquoi la terre, pourquoi les planètes ne tombent-elles pas sur le soleil[1] ? »

---

1 Képler répondait à cette objection en admettant que les planètes ont une âme qui les guide sur leurs trajectoires. Cette réponse suffirait à prouver que Képler n'est point l'auteur du principe classique de l'inertie qui porte son nom, et qu'il n'en avait point pénétré le sens. En fait, ce principe est au fond de toute

Le principe de l'inertie tel qu'ils l'énonçaient aurait dû conduire les Scholastiques à cette conclusion que les étoiles sont fixes. Mais leur mécanique n'eût pas été pour cela plus capable d'expliquer les mouvements terrestres ou les phénomènes astronomiques. Dans ces conditions, ils n'avaient point de motif assez fort pour contredire à la fois le préjugé géocentrique vulgaire le dogme religieux et l'autorité d'Aristote. Ils regardaient donc la terre comme immobile, et les mouvements absolus étaient, pour eux, les mouvements rapportés à la terre : mais ces mouvements ne répondaient nullement aux principes péripatéticiens, et ni les dissertations sur l'influence de l'air, ni la distinction entre mouvements *naturels* mouvements des astres et mouvements *forcés* (mouvements imposés par des forces ne parvenaient à concilier la Mécanique d'Aristote et la réalité.

En définitive, la doctrine des scholastiques n'avait rien d'absurde *a priori*. On peut même dire que leur interprétation précise du principe de causalité était la première qui dût se présenter à l'esprit et être mise à l'épreuve. Leur tort fut de s'obstiner dans cette première interprétation et de prétendre y plier les faits malgré tout. Adoptant quant au reste les idées scholastiques, les Coperniciens se bornèrent à tenir compte des observations vulgaires

---

la doctrine de Copernic et de son école, mais parce qu'il entraînait comme conséquence le mouvement de la terre, il n'apparaît que sous une forme prudente et dissimulée. Si Képler, qui avait reçu ce principe de l'école copernicienne, l'avait approfondi aussi bien que Galilée, s'il avait compris que le mouvement d'un élément est une sorte de compromis perpétuel entre sa vitesse acquise et la force qui s'exerce sur lui, c'est lui qui eût découvert l'attraction universelle, dont les lois se trouvent dans ses équations.

pour modifier sur un point définition des conditions initiales l'interprétation du principe de causalité, et cette modification suffisait pour que le principe s'accordât avec la réalité et pour que la Mécanique, immobile pendant des siècles, prît son prodigieux essor.

Entre l'école scholastique et l'école copernicienne une école intermédiaire s'était formée à la suite de Tycho-Brahé. Cette école, dont la doctrine se rapproche singulièrement de celle des sceptiques modernes, rejetait la notion de mouvement absolu : tous les repérages des mouvements se valent et il n'y a pas de raison d'adopter l'un plutôt que l'autre. Qu'on rapporte les mouvements à la terre, la terre est fixe ; qu'on les rapporte au contraire à des directions issues du soleil et qui accompagnent les étoiles, la terre a un double mouvement. Simple question de convention. — Cette doctrine est inattaquable au point de vue purement descriptif, mais non pas au point de vue de la recherche des causes. Ce qui lui échappait, et ce que Galilée au contraire faisait ressortir avec vigueur, c'est que le principe de causalité et en particulier le corollaire de la symétrie (p. 22) ne sauraient être vérifiés que moyennant un repérage spécial des mouvements, et non dans un repérage quelconque.

ROLE DE L'EXPÉRIENCE DANS LA GENÈSE DE LA MÉCANIQUE

Résumons la méthode qui a guidé les fondateurs de la mécanique.

Nos contacts quotidiens avec le monde extérieur nous imposent le principe de causalité. Ils nous l'imposent si impérieusement qu'il nous est bien difficile de concevoir

un univers où les faits n'auraient point de causes et naîtraient en quelque sorte au hasard sans être engendrés par les faits antérieurs ; mais ils nous l'imposent sous une forme vague.

Le postulat fondamental de la Mécanique, c'est que les mouvements absolus (c'est-à-dire au fond les mouvements convenablement repérés) satisfont *rigoureusement* au principe de causalité. Mais pour tirer du principipe des conséquences *rigoureuses*, il est indispensable de le préciser.

L'interprétation du principe par les scholastiques était trop étroite ; s'inspirant des observations les plus simples, les Copernicens ont corrigé cette interprétation, et le principe de causalité, précisé exactement, les a conduits à un énoncé presque intégral du principe de l'inertie. Les observations astronomiques sont intervenues pour compléter et confirmer cet énoncé. L'étude expérimentale de la chute des corps a révélé à Galilée la notion d'accélération; la Statique, déjà connue des anciens, a fourni le principe de la composition des forces. Ces notions une fois acquises, c'est par un effort logique que les axiomes de la Mécanique ont été déduits du principe de causalité. Il ne restait plus à Newton et à Huyghens qu'à codifier ces axiomes et à les illustrer par d'éclatantes vérifications.

Les axiomes de la Mécanique s'appliquent aux mouvements absolus. Mais c'est un simple jeu, pour le mathématicien, d'en déduire les propriétés des mouvements repérés d'une façon quelconque, notamment des mouvements rapportés à la terre. Ce sont évidemment ces derniers mouvements et leurs lois qui intéressent le plus les hommes au point de vue des applications. Aujourd'hui que nous connaissons ces lois, il nous serait possible de les vérifier par des expériences directes. Il n'y a donc point de diffi-

culté à donner des axiomes de la Mécanique un exposé strictement positif, basé sur l'expérience et indépendant de toute arrière-pensée sur le mouvement absolu et le principe de causalité. Mais c'est là un exposé artificiel, et il est invraisemblable que cette voie empirique eût jamais conduit à la découverte des lois fondamentales du mouvement.

En définitive, la méthode expérimentale n'a joué qu'un rôle auxiliaire dans la formation de la Mécanique. Ce sont des idées générales, précédant toute expérience scientifique, qui ont engendré les axiomes de cette science, et le rôle de l'expérience a été surtout de préciser ces idées générales et de guider les tâtonnements qu'entraînait leur interprétation. Ce sont des idées générales qui ont permis de retrouver et de suivre les fils enchevêtrés des lois simples dans la trame complexe des phénomènes. Comme elles concernaient le mouvement absolu, on comprend comment la théorie des mouvements terrestres, qui s'imposaient à nos sens, n'a pu progresser qu'avec celle du mouvement vrai des corps célestes.

LA DOCTRINE COPERNICIENNE ET LES PHÉNOMÈNES NON MÉCANIQUES

Les Copernicens ont donné du principe de causalité un énoncé exact et scientifique, dans le cas des phénomènes purement mécaniques. Mais quand des phénomènes non mécaniques (thermiques, électriques, etc.) accompagnent les déplacements des corps matériels, quel est le sens précis du principe ?

Considérons un système matériel *isolé*, j'entends soustrait à toute influence extérieure, par exemple infiniment éloi-

gné des autres corps matériels et entouré d'une enceinte qui arrête toute radiation. Le principe de causalité exprime que l'état actuel du système détermine son avenir ; plus exactement, si, à deux instants, le système se retrouve dans le même état à un transport près dans l'espace, les mêmes phénomènes s'y produisent après les deux instants, au même transport près dans l'espace.

Mais qu'entendra-t-on par *état actuel* du système ? Est-ce son état à l'instant précis considéré ? L'exemple des Scholastiques nous montre combien cette interprétation est dangereuse si elle n'est pas précisée. — Est-ce l'état du système pendant un certain intervalle de temps, si petit qu'il soit ! Mais on restreint alors singulièrement la portée du principe : dans le cas des phénomènes purement mécaniques par exemple, l'étude des mouvements pendant un intervalle de temps, si petit qu'il soit, fait connaître non seulement la position et les vitesses des éléments du système, mais encore leurs accélérations, leurs accélérations du second ordre, etc. On voit combien cette conclusion différerait de l'interprétation copernicienne.

L'énoncé général du principe de causalité doit être calqué sur l'énoncé qui convient au cas particulier des phénomènes purement mécaniques :

« Si, à deux instants, les *conditions initiales* d'un système isolé sont les mêmes à un transport près dans l'espace, les mêmes phénomènes se produisent dans le système après les deux instants à ce transport près dans l'espace.

Corollaire. Si les conditions initiales du système présentent une certaine symétrie, le système présente indéfiniment la même symétrie. »

Mais dans l'étude de chaque classe de phénomènes (phénomènes thermiques, électriques, lumineux, etc.), la

même difficulté se présentera que dans l'étude des phénomènes du mouvement : il faudra définir avec précision d'une part *la mesure absolue* des phénomènes étudiés, d'autre part les *conditions initiales*.

Le postulat général qui doit être inscrit en tête de la science, si on admet qu'elle puisse être un jour entièrement quantitative, est donc le suivant :

Il est possible, une fois pour toutes, pour chaque classe de phénomènes, d'adopter une définition de leurs mesures et de leurs conditions initiales telle que le principe énoncé ci-dessus soit vrai toujours et partout [1].

On donnera le nom de mesures *absolues* aux mesures ainsi adoptées.

En particulier, la mesure des longueurs, celle du temps, le repérage absolu des mouvements sont adoptés une fois pour toutes, et les mêmes pour tous les phénomènes, si complexes qu'ils soient. Les longueurs étant ainsi mesurées, la Géométrie euclidienne est vraie (p. 15) ; les longueurs, le temps et les mouvements étant ainsi mesurés, les axiomes de la Mécanique (p. 28) sont vrais.

Tels sont les principes qui résultent de la doctrine copernicienne et auxquels se plie toute recherche positive depuis trois siècles. Ils constituent des sortes de *directives* sur lesquelles la plupart des savants se guident instinctivement et sans y avoir jamais réfléchi. On ne les discute guère, car il semble que leur discussion ne puisse plus conduire à des découvertes nouvelles. Les admirables travaux de P. Curie sur la symétrie des milieux cristallisés,

1. Nous n'avons parlé que de systèmes isolés. Pour passer au cas des systèmes influencés par des corps extérieurs, il faudrait suivre, pour chaque classe de phénomènes, la même marche qu'en Mécanique (p. 23).

où l'axiome de la symétrie des causes joue le rôle essentiel, montrent pourtant la fécondité que possèdent encore ces principes quand on prend la peine de les approfondir.

INFLUENCE DU PASSÉ SUR L'AVENIR DES SYSTÈMES MATÉRIELS

L'état d'un corps matériel à un instant donné dépend évidemment des circonstances antérieures qu'il a traversées. Mais pour prévoir ses états ultérieurs, il suffit de connaître ses conditions initiales à l'instant considéré, sans savoir comment il a été amené à cet état. Par exemple, la position et la vitesse d'un projectile à un instant donné dépendent de l'explosif et de l'arme qui l'ont lancé, des milieux par lesquels il est passé ; mais pour calculer le mouvement ultérieur du projectile on n'a besoin de connaître que sa position et sa vitesse actuelles.

Toutefois, dans beaucoup d'applications, et notamment quand l'état *moléculaire* des corps du système intervient d'une façon appréciable dans les phénomènes, il peut être très difficile, il peut même être impossible encore à notre technique expérimentale, de déterminer directement avec une précision suffisante les conditions initiales d'un système.

Considérons, par exemple, deux clous sortis identiques de la même fabrique, mais dont l'un a été martelé à plusieurs reprises tandis que l'autre restait dans un tiroir. Le premier clou n'est pas dans le même état moléculaire que le second ; il a subi des déformations permanentes ; une étude microscopique suffisamment précise nous le montrerait. Mais si nous ne possédons pas de microscope assez puissant, les deux clous nous sembleront identiques,

nous serons incapables de discerner les différences de leur état moléculaire actuel. Qu'on nous dise alors que le premier clou a été martelé et comment il l'a été : nous serons avertis du genre de déformation qu'il a subi ; la connaissance du passé du clou supplée provisoirement à l'absence de microscope.

Ce que nous venons de dire pour la déformation d'un clou, on peut le répéter pour toutes les déformations permanentes. L'*histoire* d'un corps (telle que le dossier des déplacements du zéro d'un thermomètre de précision) vient en aide à l'impuissance actuelle de notre technique, ou supprime les complications que cette technique entraînerait. C'est là un stade nécessaire de l'étude moléculaire des corps, mais ce n'est qu'un stade, et il faut se garder de tirer d'une méthode transitoire des conclusions aussi aventureuses qu'injustifiées, et notamment de l'opposer à la doctrine copernicienne. La conception d'après laquelle, pour prédire l'avenir d'un système matériel, il faudrait connaître tout son passé, est la négation même de la science.

SUR LES MODIFICATIONS POSSIBLES DES AXIOMES DE LA MÉCANIQUE

La Mécanique classique a été l'objet de critiques d'une toute autre nature, depuis la découverte des phénomènes radioactifs. Ces critiques se relient essentiellement à la notion de mouvement absolu.

Considérons un trièdre que nous appellerons trièdre solaire, dont le sommet est le centre du soleil et dont les arêtes visent trois étoiles déterminées. Nous avons vu que ces arêtes ont des directions absolument fixes, et que le

sommet du trièdre est animé d'un mouvement absolu, rectiligne et uniforme[1].

Peut-on déterminer expérimentalement la vitesse de ce mouvement ?

Les observations astronomiques fournissent une première réponse à cette question.

Les étoiles sont à des distances telles du soleil et de la terre que leurs déplacements séculaires sont, avons-nous dit, négligeables devant ces distances Toutefois, certaines étoiles exceptionnelles assez nombreuses, les plus voisines du soleil, subissent des déplacements séculaires appréciables. Or ces déplacements, rapportés au trièdre solaire, présentent en dépit de leur diversité une sorte d'orientation d'ensemble, comme des graines vannées dans un courant d'air. Il semble qu'elles soient emportées en sens inverse de la constellation d'Hercule avec une vitesse d'environ 25 kilomètres à la seconde. Mais il n'y a aucune raison de supposer que le soleil soit absolument fixe plutôt qu'une autre étoile, et il est invraisemblable qu'une cause commune[2] ait orienté les mouvements d'astres si colossalement éloignés : on fait disparaître cette apparence en admettant que le trièdre solaire est emporté vers la constellation d'Hercule avec une vitesse de 25 kilomètres à la seconde. Un trièdre dont les arêtes sont parallèles à celles du trièdre solaire et dont le sommet décrit par rapport à ce trièdre, avec une vitesse de 25 kilomètres à la

1. En réalité, il faudrait donner comme sommet au trièdre le centre de gravité du système solaire, point peu différent du centre du soleil et que la Mécanique céleste permet de déterminer à chaque instant.

2. Voir page 17.

seconde, une droite dirigée en sens inverse de la constellation d'Hercule, est *absolument fixe*.

La théorie ondulatoire de la lumière est également en étroite connexion avec la question du mouvement absolu. Dans cette théorie, l'ensemble de l'éther qui remplit les espaces intrastellaires est immobile, abstraction faite de ses petites vibrations et de pérturbations locales. Dans cet éther, c'est-à-dire par rapport à un trièdre absolument fixe, la lumière se propage en ligne droite, avec une vitesse uniforme, la même dans tous les sens [1]. On conçoit donc que l'étude de la vitesse de propagation de la lumière dans diverses directions devrait conduire à la détermination de la vitesse absolue du centre du soleil. Mais de nombreuses difficultés (notamment l'entraînement possible de l'éther par la matière) font que la question est encore controversée.

La théorie des phénomènes radioactifs fait intervenir tout autrement les mouvements absolus et a conduit certains savants à modifier le principe de l'action et de la réaction. Cette modification contredit-elle la doctrine copernicienne ? C'est ce que je voudrais examiner en terminant cette étude.

Considérons deux éléments matériels infiniment éloignés de tous les autres et (que pour simplifier) je suppo-

1. Pour un observateur terrestre (qui rapporte les mouvements à la terre), la lumière décrit une sorte de spirale dont chaque spire correspond à un tour de la terre sur elle-même. Mais s'il s'agit d'un rayon lumineux terrestre, le déplacement de la terre est négligeable pendant le temps (1/300e de seconde) employé par la lumière à parcourir 100 kilomètres, par exemple : tout se passe sensiblement comme si la terre était immobile, et un rayon lumineux de plusieurs centaines de kilomètres apparait comme rectiligne à l'observateur.

serai identiques. D'après la doctrine copernicienne, si à l'instant considéré la position et la vitesse absolues de chacun de ces éléments sont données, leur mouvement ultérieur est déterminé et présente les mêmes symétries que leurs conditions initiales. En particulier, si les vitesses initiales sont nulles, ou si elles sont égales et directement opposées, les mouvements absolus des deux éléments ont lieu suivant la droite absolument fixe qui joint leurs positions initiales, et le milieu des deux points est absolument fixe : dans ce cas particulier, les deux forces absolues que les deux éléments exercent l'un sur l'autre sont nécessairement égales et directement opposées. Mais, en dehors de ce cas particulier, le principe de causalité copernicien n'entraîne rien de pareil. Si les vitesses initiales des deux éléments sont dirigées selon la droite qui les joint, les deux forces absolues qui s'exercent entre les deux points sont dirigées selon cette droite, mais non pas nécessairement égales et opposées. Si les positions et les vitesses initiales des deux éléments sont dans un même plan, les deux forces qu'ils exercent l'un sur l'autre sont dans ce plan, mais non pas nécessairement dirigées selon la droite qui les joint. Enfin, si les vitesses initiales ont des directions et des valeurs quelconques, les deux forces peuvent avoir une direction quelconque.

C'est un postulat nouveau de Galilée qui entraîne le principe de l'action et de la réaction. Galilée admet (p. 27) que les forces exercées par deux éléments l'un sur l'autre ne dépendent que de leurs positions et point de leurs vitesses. Ce postulat admis, les forces que deux éléments identiques exercent l'un sur l'autre sont nécessairement égales et opposées. Mais nous avons dit que le postulat de Galilée est un vestige des idées scholastiques. Il s'est trouvé

vérifié par l'expérience de la manière la plus satisfaisante, mais seulement pour les vitesses qui ne dépassent pas une certaine limite et notamment ne sont point comparables à la vitesse de la lumière. Il convient donc de considérer le postulat de Galilée comme susceptible d'être en défaut pour les vitesses absolues colossales des éléments matériels, et c'est à une telle conclusion (encore fort discutable d'ailleurs qu'aboutissent les théories modernes de la radioactivité.

Mais lors même que ces théories devraient être confirmées par l'avenir, on voit qu'elles ne contredisent nullement la doctrine copernicienne, qui demeure la méthode fondamentale de la science moderne. Elles ne font bien plutôt que la confirmer.

LES AXIOMES DE LA MÉCANIQUE ET LE PRINCIPE DE CAUSALITÉ

PRÉAMBULE

C'est le principe de causalité et la notion de mouvement *absolu* qui ont conduit à la découverte des axiomes de la Mécanique. Nous pouvons aujourd'hui énoncer ces axiomes en les dégageant de toute arrière-pensée métaphysique ; mais il est très vraisemblable que nous ne les connaitrions pas si les fondateurs de la mécanique n'avaient été guidés, pour interpréter l'expérience, par quelques propriétés *a priori* qu'ils attribuaient au mouvement absolu.

Les Coperniciens, Galilée, Kepler, Newton, etc., comme leurs contradicteurs d'ailleurs, savaient aussi bien que nous l'impossibilité d'atteindre par l'observation directe autre chose que des mouvements *relatifs*. S'ils avaient parlé le langage moderne, ils eussent dit que, pour définir le mouvement d'un élément matériel, il faut se donner les axes, le *trièdre de référence*, auxquels on rapporte à chaque instant la position de l'élément. Mais, parmi les mouvements *apparents* qu'on peut ainsi étudier, le mouvement absolu

1. L'exposé qui suit (pages 45-79) est la reproduction textuelle d'une communication faite le 1er Décembre 1904 à la Société française de Philosophie. Les pages 45-49 sont le résumé de la thèse développé par M. Painlevé, les pages 49-79 la sténographie de son exposé. Le tout a paru dans le Bulletin de la Société Française de philosophie [tome V, 1905, p. 27-50]

devait, d'après eux, se distinguer entre tous par ce fait que seul il répond au *principe de causalité*.

Pour expliquer plus clairement le sens qu'ils attribuaient à ce principe dans les phénomènes du mouvement, je me placerai dans l'hypothèse (qui n'a d'ailleurs rien d'essentiel) où l'univers serait formé d'éléments matériels dont chacun reste *identique* à soi-même, quels que soient sa position dans l'espace et l'instant considéré.

Le principe de causalité interprété par les Coperniciens.

Voici comment les Coperniciens, Galilée, Kepler, puis Newton, interprétaient plus ou moins explicitement le principe de causalité.

1° *Si, à deux instants t et t_1, les éléments matériels* M, M_1, M_2,... *qui composent l'univers, sont placés dans les mêmes conditions initiales (c'est-à-dire occupent les mêmes positions absolues avec les mêmes vitesses absolues), le mouvement absolu des points* M, M_1,... *est le même après l'instant t et après l'instant t_1.*

2° *Si, à deux instants t et t_1, les mêmes conditions initiales sont réalisées, mais transportées dans l'espace, le mouvement des points* M, M_1,... *après l'instant t_1 coïncide avec le mouvement des mêmes points après l'instant t, transporté de la même manière dans l'espace.*

Autrement dit, supposons qu'à l'instant t_1 les coordonnées des points M, M_1,... et les composantes de leurs vitesses absolues, rapportées à un certain trièdre absolument fixe T_1, coïncident avec les valeurs à l'instant t des quantités analogues rapportées à un autre trièdre absolument fixe T : le mouvement des points M, M_1,... par

rapport à T_1 après l'instant t_1 est le même que le mouvement des mêmes points par rapport à T après l'instant t

3° *Le mouvement absolu d'un point* M *n'est pas modifié si on modifie d'une façon quelconque les positions et les vitesses des éléments matériels infiniment*[1] *éloignés de* M, *sans rien changer aux conditions des autres éléments.*

Une conséquence immédiate de ces principes, c'est qu'un élément matériel infiniment éloigné de tous les autres est animé d'un mouvement absolu *rectiligne*. Les Coperniciens admettaient de plus que ce mouvement est *uniforme*.

Les Coperniciens et Galilée déduisaient de ces principes que la Terre ne saurait être absolument fixe, et qu'elle tourne autour d'un axe de direction fixe.

Le principe de causalité interprété par les Scholastiques.

Les péripatéticiens (sous une forme moins explicite encore admettaient les mêmes principes, avec cette différence essentielle que, pour eux, la position initiale des éléments matériels de l'univers suffit à déterminer leur mouvement absolu ultérieur, en particulier leur vitesse initiale. Il en résultait que, pour eux, tout élément matériel M, infiniment éloigné de tous les autres, *doit rester au repos absolu* : si on en approche brusquement d'autres éléments, l'élément M acquiert brusquement une certaine vitesse.

Regardant la Terre comme absolument fixe, les scholastiques essayèrent d'expliquer, à l'aide de leurs principes, les phénomènes du mouvement : mais ils n'arrivèrent à

1. C'est-à-dire en fait très éloignés ; l'axiome sera d'autant mieux vérifié que les éléments considérés seront plus éloignés de M.

rendre compte ni des phénomènes terrestres, ni des phénomènes astronomiques.

Entre les deux écoles, certains savants et philosophes, tels que Tycho-Brahé, qui ne comprenaient que le côté *cinématique* et non le côté *dynamique* de la question, ne voyaient dans les controverses relatives au mouvement absolu qu'une affaire de conventions.

Comparaison avec l'expérience.

L'étude expérimentale des phénomènes mécaniques, astronomiques, électriques, lumineux, etc., a justifié pleinement les principes coperniciens. Parmi tous les trièdres de référence qu'on peut adopter, il en est un par rapport auquel les mouvements de l'univers jouissent sensiblement de toutes les propriétés attribuées par Galilée et Newton au mouvement absolu[1].

Aux principes *a priori* énoncés plus haut, l'expérience a permis d'ajouter de nouveaux principes principe de l'action simultanée des forces, principe de l'action et de la réaction, etc.), que j'appelle *principes expérimentaux adjoints*.

C'est l'ensemble de ces principes qui a permis d'expliquer et de calculer les mouvements des planètes et les marées, de *prévoir* et de calculer l'aplatissement de la Terre (alors qu'on n'y croyait pas), la variation de la pesanteur avec la latitude, le mouvement du pendule de Foucault, etc. Si de récentes théories physiques concluent

1. Ce trièdre est un trièdre qui est animé d'un certain mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport à des axes passant sensiblement par le Soleil et ayant des directions fixes relativement aux étoiles.

à modifier certains des principes expérimentaux adjoints, notamment le principe de l'action et de la réaction, ces modifications ne touchent en rien aux propriétés déduites *a priori* de la notion de mouvement absolu et tendent bien plutôt à confirmer la valeur objective de cette notion.

DÉVELOPPEMENT DES PRINCIPES PRÉCÉDENTS

1. *Notions préliminaires : axes, vitesse, accélération.* — Sans revenir sur les principes de la Géométrie, j'admettrai qu'on sait mesurer les longueurs et les distances de telle façon que les axiomes de la Géométrie euclidienne soient vrais. Cette hypothèse est vérifiée en fait dans les limites de notre expérience, si on mesure les distances à la façon vulgaire, à l'aide du mètre-étalon [1].

Je suppose acquises les notions d'axes et de coordonnées. Une fois choisi le *trièdre de référence* (que nous prendrons toujours trirectangle), la position d'un élément matériel M, à chaque instant t, et ses coordonnées sont bien déterminées : quand t varie, le point M décrit, par rapport au trièdre, une certaine trajectoire. Si nous avons adopté, une fois pour toutes, une mesure du *temps* (par exemple, la mesure vulgaire à l'aide d'une horloge sidérale), le point M possède à chaque instant (relativement au trièdre de réfé-

1. Les distances étant ainsi mesurées, appelons solide ou figure invariable tout corps matériel tel que les distances mutuelles de ses différents points ne changent pas ; l'expérience nous montre qu'un tel solide, étant fixé par deux points, peut occuper une suite continue de positions, dans lesquelles une ligne du solide reste immobile et que cette ligne jouit sensiblement de toutes les propriétés de la droite euclidienne, etc. — Je ne discute pas ici les raisons qui ont conduit à cette mesure des distances, et au choix de l'étalon de longueur.

rence) une *vitesse* et une *accélération* bien déterminées : la vitesse et l'accélération sont deux grandeurs *dirigées*, c'est-à-dire qu'elles ont une direction, un sens et une longueur. Je suppose connues les définitions de ces deux grandeurs.

Quand on remplace le trièdre de référence T par un autre trièdre T_1 mobile relativement au premier, le mouvement de M par rapport à T_1 diffère de son mouvement par rapport à T. C'est ainsi que le mouvement d'une barque glissant sur un fleuve est différent suivant qu'on le rapporte à des axes liés à la berge ou à des axes qui suivent le cours du fleuve.

2. *Le principe de causalité et les Coperniciens.* — Les axiomes de la Mécanique peuvent être énoncés aujourd'hui sous une forme purement positive, indépendante de toute arrière-pensée philosophique sur la valeur, objective ou illusoire, de la notion de *mouvement absolu*. Mais il est d'autre part un fait incontestable : c'est que jamais ces axiomes n'eussent été découverts si les fondateurs de la Mécanique n'avaient été guidés, dans l'interprétation des observations et des expériences, par certaines propriétés qu'ils attribuaient *a priori* au mouvement absolu.

Les Coperniciens et leurs successeurs, Galilée, Newton, etc., savaient aussi bien que nous le savons nous-mêmes, que nos sens et notre observation n'atteignent directement que des mouvements *relatifs*. S'ils avaient parlé le langage moderne, ils auraient dit que, pour étudier le mouvement d'un élément matériel, il faut se donner avant tout les *repères*, ou, si on veut, *le trièdre de référence*, auxquels on rapporte le mouvement. Mais le mouvement *absolu* devait, d'après eux se distinguer de tous ces mouvements *apparents* par la propriété essentielle et caractéristique de satis-

faire au *principe de causalité*. Autrement dit, les Coperniciens admettaient, *a priori*, que, parmi tous les *repérages* possibles, il en est un qu'on peut définir une fois pour toutes et qui remplit cette condition que les mouvements repérés vérifient le principe de causalité.

C'est là l'idée fondamentale des créateurs de la Mécanique, sur laquelle on ne saurait trop insister.

En premier lieu il importe de bien préciser le sens qu'ils attachaient au principe de causalité. Ils énonçaient ce principe sous sa forme vulgaire, celle que nous appliquons, plus ou moins inconsciemment, à chaque instant.

« (A). — *Si, à deux instants, les mêmes conditions sont réalisées, transportées seulement dans l'espace et le temps, les mêmes phénomènes se reproduiront, transportés seulement dans l'espace et le temps.* »

C'est ce principe qui est le véritable principe de causalité, et non le principe que des philosophes modernes lui ont substitué dans des discussions récentes :

« (B). — *Les conditions d'un phénomène étant déterminées à un instant donné, en un lieu donné, le phénomène est déterminé.* »

Le premier principe entraîne le second, mais la réciproque n'est pas vraie. Les mêmes conditions étant réalisées à deux instants, transportées seulement dans l'espace, le second principe nous dit bien que les deux phénomènes seront *déterminés*, il ne nous dit pas qu'ils seront *identiques*; si on veut encore, il n'implique nullement que le temps et l'espace ne soient pas *causes efficientes*. Par exemple, imaginons qu'on mette 10 grammes de tel métal dans un litre de tel acide à telle température : le premier principe nous apprend que le même sel se formera, quel que soit le lieu de l'expérience. Au contraire, le second

principe s'accorderait parfaitement avec une loi d'après laquelle le sel serait rouge à Paris et jaune à Versailles[1].

C'est donc, à la fois, dans son sens historique et dans le sens conforme à la raison vulgaire que les Coperniciens interprétaient, et que nous interpréterons ici, le principe de causalité.

Je ferai enfin, au sujet de ce principe, une remarque : ce principe est vérifié en fait, dans les limites de notre expérience, quand on mesure les distances et le temps à la façon vulgaire. Mais imaginons qu'on mesure les longueurs à l'aide d'un mètre qui se raccourcisse ou se rallonge quand on le déplace dans l'espace (relativement au mètre-étalon), ou qu'on mesure le temps à l'aide d'une horloge très mal réglée (relativement à l'horloge sidérale) ; les deux phénomènes que nous comparons (qui étaient identiques dans le premier système de mesure) apparaîtront différents, le second semblant, par exemple, amplifié et accéléré par rapport au premier.

En langage positif, le principe de causalité est donc le suivant :

« *On peut mesurer les distances et le temps de telle façon que l'énoncé* (A) *soit vrai.* »

C'est précisément par le principe de causalité (plus ou moins obscurément conçu et accepté) que les hommes, avant toute mécanique et même avant toute science, ont été conduits à des mesures de longueur et de temps (règles

1. Le principe de causalité entraîne l'hypothèse déterministe : « L'état actuel de l'Univers définit ses états futurs » ; le second principe l'entraîne également. La confusion que me paraissent commettre certains philosophes, consiste à regarder comme équivalent d'admettre soit l'hypothèse déterministe, soit le principe de causalité.

et chaînes d'arpentage, sablier, etc.), qui, sans doute, sont grossières par rapport aux mesures perfectionnées d'aujourd'hui, mais ne présentent pourtant avec elles que des différence quantitativement très faibles.

3. *Le principe de causalité en Mécanique.* — Ceci posé, voici comment les Coperniciens[1] appliquaient le principe aux phénomènes du mouvement.

Pour plus de clarté, je me placerai dans l'hypothèse (qui n'a d'ailleurs rien d'essentiel) où notre univers serait formé d'éléments matériels dont chacun reste identique à soi-même, quelle que soit sa position dans l'espace et quel que soit l'instant considéré.

Le principe de causalité se traduisait alors, pour les Coperniciens, par les trois axiomes suivants, auxquels devait satisfaire le mouvement *absolu*.

1. Je traduis, bien entendu, en langage moderne, les idées de Copernic et de ses successeurs. Ces idées sont singulièrement difficiles à dégager pour des raisons multiples : Copernic, ses disciples et Galilée lui-même n'avaient que des notions insuffisantes de calcul infinitésimal ; leur langage mathématique est à la fois très imparfait et très différent du nôtre ; leurs idées, sur bien des points, n'étaient pas encore (et ne pouvaient être) parfaitement précises, et celles de leurs adversaires étaient plus confuses encore; enfin des raisons de prudence les contraignaient à dissimuler sonvent, entre les lignes, leur pensée de fond. Néanmoins, la lecture de leurs œuvres essentielles, de leur correspondance et des discussions qui durent de Copernic à Newton, ne laissent aucun doute sur les idées générales qui les ont constamment guidés et qui sont celles que j'expose ici.

Ces idées existaient d'ailleurs, sous une forme plus obscure, chez des prédécesseurs de Copernic. Je ne puis que signaler ici la filiation historique, si curieuse et si mystérieuse encore, qui relie la doctrine scientifique de Pythagore (et sans doute des anciens Assyriens) à celle de Copernic en passant par Nicolas de Cuse, le prédécesseur immédiat de Copernic.

Premier axiome. — *Si on connaît, à un instant donné, les conditions initiales des éléments matériels* M, M_1, M_2..., M_n *qui composent l'univers (c'est-à-dire, par définition, leurs positions et leurs vitesses absolues) le mouvement absolu des points* M, M_1..., M_n *est déterminé.*

Deuxième axiome. — *Si à deux instants t et t_1 les mêmes conditions initiales sont réalisées, transportées seulement dans l'espace et le temps, le même mouvement absolu a lieu après les deux instants, à un transport près dans l'espace.*

Précisons mathématiquement l'énoncé de ce deuxième axiome. Soit T un trièdre absolument fixe auxquel on rapporte le premier mouvement : à l'instant t_0, les points M, M_1..., M_n ont des coordonnées bien déterminées et leurs vitesses des composantes bien déterminées. Supposons qu'à l'instant t_1, par rapport à un second trièdre absolument fixe T_1, les mêmes points aient les mêmes coordonnées et leurs vitesses les mêmes composantes : le mouvement des points M, M_1..., M_n, après l'instant t_0 par rapport à T, et leur mouvement, après l'instant t_1, par rapport à T_1, *sont les mêmes.*

Troisième axiome. — *Le mouvement absolu d'un élément matériel* M *n'est pas modifié si on modifie d'une manière quelconque les positions et les vitesses des éléments matériels infiniment*[1] *éloignés de* M, *sans rien changer d'ailleurs aux conditions des autres éléments.*

1. Il faut bien comprendre le sens de cet axiome et des mots « infiniment éloignés ». Lorsque des corps matériels sont très éloignés du point M, si on modifie d'une manière quelconque les positions et l'état de ces corps, le mouvement de M, s'il est modifié, sera modifié d'une façon très peu sensible, et d'autant moins sensible que les corps en question seront plus éloignés. Voilà ce que signifie l'axiome.

Voilà les axiomes fondamentaux par lesquels Copernic et Galilée interprétaient, en Mécanique, le principe de causalité.

En langage positif, ces axiomes signifient qu'on peut (*une fois pour toutes*) définir une mesure des distances et du temps et un trièdre de référence tels que les mouvements des éléments de l'univers satisfassent aux trois principes énoncés.

4. Nous discuterons plus loin la question de savoir si ces trois axiomes sont des conséquences logiques du principe de causalité ou s'ils n'empruntent pas à l'expérience quelque chose de plus. Pour le moment, j'insiste sur un *corollaire* remarquable de ces axiomes, qui est celui-ci : « *Le mouvement absolu d'un élément matériel isolé* (*c'est-à-dire infiniment éloigné de tous les autres*) *est rectiligne* [1]. »

Les Coperniciens complétaient ce corollaire en admettant que *ce mouvement rectiligne est nécessairement uniforme*. Cette dernière proposition constitue un postulat nouveau, entièrement indépendant du principe de causalité [2].

On peut donner au nouveau postulat une forme où le temps n'intervient pas. Supposons qu'on n'ait pas encore défini la mesure du temps et adoptons *comme premier*

1. Cette proposition se déduit immédiatement des trois axiomes, par raison de symétrie.

2. Il est facile de démontrer que la seule conclusion que les trois axiomes entraînent quant à la vitesse d'un point isolé M, c'est que la vitesse v de M à l'instant t et sa vitesse v_0 à l'instant initial t_0 sont liées par une relation de la forme :

$$f(v) - f(v_0) = h(t - t_0),$$

où h désigne une constante et $f(v)$ une fonction de v bien déterminée pour chaque élément matériel M. Le nouveau postulat consiste à supposer $h = 0$.

axiome l'axiome suivant, que j'appellerai l'*axiome de Copernic* :

« *Le mouvement absolu de tout élément matériel isolé est rectiligne.*

« *Les chemins parcourus, dans le même intervalle de temps, par deux éléments isolés sont dans un rapport constant, quel que soit l'intervalle de temps considéré.* »

Cet axiome admis, convenons de mesurer *le temps* écoulé entre deux instants par le chemin que parcourt, entre ces deux instants, un élément matériel isolé M (choisi une fois pour toutes). Si, au lieu de M, on choisit un autre élément isolé M_1, les nombres qui mesurent les durées sont simplement multipliés par un même facteur constant, comme il arrive quand on prend, par exemple, pour unité, la minute sidérale, au lieu de la seconde sidérale. En un mot, cette substitution de M_1 à M revient simplement à remplacer la première unité de temps par une nouvelle unité, qui est avec la première dans un rapport constant.

Le temps étant ainsi mesuré, l'axiome de Copernic peut s'énoncer encore ainsi :

« *Le mouvement de tout point matériel isolé est rectiligne et uniforme.*

Cet axiome (appelé axiome de l'inertie ou, improprement, axiome de Kepler), et les axiomes I, II et III, constituent les principes fondamentaux inscrits par les Copernicien en tête de la Mécanique.

5. *Comparaison du principe de causalité et des axiomes coperniciens.* — En réalité, les axiomes coperniciens n'étaient point des conséquences nécessaires du principe de causalité. Tout d'abord, le postulat nouveau, que j'ai signalé au début du numéro précédent, ne découle pas, je le répète, de ce principe. Bien plus, les axiomes I, II et III

eux-mêmes empruntent à l'expérience[1] un élément qui n'est pas contenu dans le principe de causalité, à savoir la définition précise des *conditions initiales*.

Pourquoi, en effet, les Coperniciens admettent-ils que les *conditions initiales* d'un système (conditions qui déterminent l'état ultérieur du système) sont la position et la vitesse de chaque élément ? Au point de vue purement *logique*, ce choix est tout à fait arbitraire.

Si on interprète le principe de causalité dans ce sens que l'état de l'univers, *à un instant précis donné*, détermine ses états ultérieurs, ce sont *les positions*, à un instant donné, des éléments de l'univers (et non par surcroît les vitesses) qui déterminent le mouvement ultérieur de ces éléments[2]. Et c'est ainsi, comme nous l'allons voir, que les Scholastiques interprétaient ce principe dans leur Mécanique.

On peut, au contraire, interpréter ce principe de causalité dans ce sens que l'état de l'univers *pendant un intervalle de temps si petit qu'il soit*, détermine ses états ultérieurs. Mais la connaissance des positions d'un élément matériel durant un petit intervalle de temps, définit non pas seulement sa vitesse dans cet intervalle, mais son accélération première, seconde, etc. La seule conséquence qu'entraînerait le principe ainsi entendu, c'est donc que le mouvement d'un système est déterminé si on connaît, non pas seulement la position et la vitesse initiales de chaque élément, mais son accélération initiale première, seconde, etc., et même de tous les ordres.

1. Ils lui empruntent aussi l'hypothèse de la non influence sur un corps des autres corps infiniment éloignés.

2. Bien entendu, dans l'hypothèse où nous nous sommes placés, à savoir que chaque élément matériel de cet univers reste identique à soi-même, quelle que soit sa position et quel que soit l'instant considérés.

Pourquoi donc, je le répète, les Coperniciens et Galilée, dans la définition des conditions initiales, introduisaient-ils autre chose que la position initiale ? Et pourquoi, introduisant la vitesse initiale, s'en tenaient-ils là et n'introduisaient-ils pas aussi l'accélération initiale, etc. ? C'est que, plus ou moins consciemment, ils étaient guidés par les expériences faites à la surface de la terre : ils savaient, par exemple, qu'en présence de la terre on peut donner à une pierre, non pas seulement une position, mais une vitesse initiale *arbitraire*, et que le mouvement de la pierre est alors *déterminé*. Le choix, qui leur paraissait évident, des conditions initiales *position et vitesse* n'était en réalité que le fruit d'observations innombrables [1].

Je résumerai donc cette discussion en disant que les axiomes I, II et III ne sont pas des conséquences *logiques* du principe de causalité, mais que, dans l'ordre des phénomènes du mouvement, ils précisent et commentent, d'après l'expérience, le sens et les termes de ce principe : précaution préliminaire indispensable, et à laquelle il faut recourir chaque fois qu'on étudie un ordre nouveau de phénomènes. Car on ne peut appliquer le principe de causalité à une science positive et *quantitative*, si ce principe

1. Toutefois (et c'est une remarque que je crois utile de faire), il est aisé d'imaginer des hypothèses telles que, non seulement la position, mais la vitesse d'un élément matériel puisse être discernée à un instant précis. Imaginons, par exemple, que l'univers soit composé d'atomes, tous identiques et sphériques au repos absolu, et qui, s'ils sont animés d'une certaine vitesse absolue, prennent la forme d'un œuf, allongé dans le sens de la vitesse (le petit bout en avant) et d'autant plus allongé que la vitesse absolue est plus grande. Dans un tel univers, il suffirait d'un microscope suffisamment perfectionné pour mesurer instantanément la vitesse absolue d'un élément.

n'a pas été tout d'abord énoncé avec une précision parfaite, pour toutes les circonstances où on le fera intervenir.

6. *Les principes coperniciens et la rotation de la terre.* — Les principes coperniciens, l'axiome de Kepler par exemple, sont évidemment en défaut quand on rapporte les mouvements à des axes liés invariablement à la terre. Au contraire, ils sont vérifiés (dans la limite de nos observations) quand on prend comme axes des axes issus du soleil et ayant des directions fixes par rapport aux étoiles. D'où cette conclusion que la terre est animée d'un mouvement *absolu* de rotation sur elle même, et tourne en outre autour du soleil.

Le danger d'une telle conclusion publiquement formulée explique les précautions et les obscurités dont Copernic et ses disciples enveloppent leur pensée. C'est ainsi que le principe de l'inertie, qui est au fond de toute la doctrine copernicienne, n'est mis nettement en évidence que par Kepler. En réalité, Kepler n'avait fait que le recevoir de Copernic, sans d'ailleurs le pénétrer parfaitement, puisqu'il écrit ailleurs que « les planètes tomberaient instantanément sur le soleil, si elles ne renfermaient une âme cachée qui les maintient sur leurs orbites. »

Sans prolonger cette digression historique, j'insiste seulement sur ce fait que les principes coperniciens ruinaient l'hypothèse géocentrique.

7. *La Mécanique scholastique.* — Les principes de la Mécanique scholastique, qui s'opposait, au temps de Galilée, à la doctrine de Copernic, étaient loin d'être aussi éloignés des principes coperniciens qu'on se l'imagine en général.

Comme les Coperniciens, les scholastiques admettaient pour la plupart la notion de mouvement *absolu*; ils admettaient que le mouvement *absolu* doit se distinguer des

mouvements *apparents* par la propriété d'obéir au principe de causalité. Mais interprétant ce principe dans son sens plus strict (à savoir que l'état de l'univers *à un instant précis donné* détermine les états ultérieurs), ils adoptaient comme *conditions initiales* d'un système les positions de ses éléments (et non aussi leurs vitesses).

En un mot, les Scholastiques inscrivaient, eux aussi, en tête de leur Mécanique les axiomes I, II et III, mais avec cette différence essentielle que dans les énoncés *il faut entendre par conditions initiales les positions initiales des éléments matériels.*

Une conséquence immédiate de ces axiomes ainsi entendus, c'est qu'un élément matériel M, infiniment éloigné de tous les autres, reste nécessairement au repos (absolu). Autrement dit encore, considérons un élément M animé d'un mouvement quelconque et supposons qu'à un certain moment, tous les autres éléments matériels soient brusquement écartés de M à l'infini : *le point* M *s'arrêtera brusquement.* Au contraire, d'après les Copernicien, le point gardera sa vitesse.

De même, considérons un élément matériel M auquel est attaché un fil : le point M étant animé d'un mouvement quelconque, imaginons qu'à un certain moment on exerce une traction brusque sur le point en tendant le fil. D'après les Scholastiques, la vitesse du point va varier brusquement. D'après les Coperniciens, la vitesse ne se modifiera que d'une façon continue ; c'est seulement l'accélération qui variera brusquement.

En un mot, d'après les Scholastiques, ce sont les influences *extérieures* qui entretiennent, à chaque instant, la vitesse absolue de tout élément matériel : que ces influences s'évanouissent, et le point s'arrête. D'après les

Copernicien, les influences extérieures ne font que modifier d'une façon continue cette vitesse, qui resterait constante, en grandeur et sens, si ces influences n'existaient pas.

Regardant la terre comme absolument fixe, les Scholastiques s'efforçaient, à l'aide de ces principes, de rendre compte des mouvements à la surface de la terre (chute des corps, etc.).

Telle est la Mécanique d'Aristote et de son école.

6. Les axiomes scholastiques n'avaient en eux-mêmes rien d'absurde, et même, comme je l'ai expliqué plus haut (n° 5), on pouvait les considérer, *a priori*, comme l'interprétation la plus naturelle et la plus simple du principe de causalité. Le véritable reproche que mérite la philosophie scholastique, c'est de s'être obstinée dans ses axiomes, en refusant aveuglément de les modifier d'après les faits.

Ces axiomes, en effet, malgré toutes les subtilités de dialectique, ne permettaient ni d'expliquer ni de prévoir aucun des mouvements observés soit sur la terre, soit dans le ciel.

Sur la terre, par exemple, l'expérience montrait que le mouvement d'un élément matériel lancé au voisinage du sol n'est déterminé que si on connaît à l'instant initial et sa position *et sa vitesse* en grandeur et direction et sens. D'après les principes scholastiques, la position initiale aurait dû suffire à déterminer le mouvement ultérieur de l'élément. Les scholastiques résolvaient cette première et énorme difficulté par la présence de l'air, dont l'état (et par suite l'influence) n'étaient pas les mêmes pour des vitesses différentes de l'élément matériel. Mais la même difficulté subsiste dans le vide. Que vaut, dès lors, l'explication ?

Les scholastiques n'étaient pas plus heureux dans leur

théorie des phénomènes célestes. Pour expliquer la rotation des étoiles par rapport à la terre et le mouvement apparent du soleil et des planètes, il leur fallait — ou bien revenir à la conception enfantine et matérialiste des Grecs, imaginer d'immenses sphères de cristal enchâssées les unes dans les autres et tournant dans l'espace; — ou bien introduire des distinctions verbales entre les mouvements *naturels* (mouvements des astres) et les mouvements *forcés* (mouvements à la surface de la terre). Leur explication se réduisait alors à dire que les étoiles décrivent des cercles autour de la terre parce que la nature de leur mouvement est d'être circulaire.

Ainsi, dès les premières applications, les axiomes scholastiques contredisaient grossièrement les faits. Pour échapper à ces contradictions, les scholastiques entassaient les explications inadmissibles. Les eût-on admises, que ces explications n'échappaient aux contradictions que pour aboutir à l'impuissance

7. *Doctrine de Tycho-Brahé.* — Entre l'école copernicienne et celle d'Aristote, une troisième école, beaucoup moins nombreuse, avait réuni quelques scholastiques à la suite de Tycho-Brahé. La doctrine de cette école se rapproche beaucoup de celle de notre moderne école critique. « Nos observations, disait en subtance Tycho-Brahé, n'atteignent que des mouvements relatifs ; nous n'avons aucune raison d'affirmer que tel corps est fixe plutôt que tel autre. C'est une question de convention, de point de vue. Il nous est loisible de supposer un observateur placé sur le soleil, comme il nous est loisible de le placer sur la terre [1]. Et puisque la science nous laisse libres de choisir le

1. Il est singulier de voir Descartes donner sur ce point raison

point de vue, adoptons celui que nous imposent les écritures saintes ; prenons la terre comme repère fixe. »

Appliquant cette doctrine au mouvement des astres, Tycho-Brahé admettait que, pour un observateur placé dans le soleil, le système astronomique de Copernic est vrai : il est dès lors bien aisé d'en déduire géométriquement le mouvement qu'auront le soleil et les planètes pour un observateur terrestre. Dans le système de Tycho-Brahé, c'est ce dernier mouvement qui est le mouvement *vrai* du soleil et des planètes.

L'école de Tycho-Brahé était beaucoup plus dangereuse pour la doctrine copernicienne que l'école scholastique. Entre le système astronomique de Copernic et celui de Tycho-Brahé, aucune observation directe ne permettait de décider, puisque toutes les observations possibles, faites de la terre, devaient être les mêmes, que ce fût Tycho-Brahé ou Copernic qui eût raison. C'est ce que Galilée avait discerné avec une netteté parfaite. Par exemple, d'après le système de Copernic Vénus présente sûrement des *phases* comme la lune, et Copernic avait prédit que les hommes verraient ces phases quand ils auraient décuplé la puissance de leurs yeux ; mais le système de Tycho-Brahé entraîne pour Vénus les mêmes phases. Et après que Galilée, à l'aide de sa lunette, eut montré à ses contemporains le croissant de Vénus, tandis que Kepler s'imaginait voir disparaître aussitôt toute opposition à Copernic, Galilée lui répondait que cette découverte ne convaincrait aucun de ceux qui n'étaient pas convaincus encore. Galilée entendait par là que, pour trancher entre Co-

à Tycho-Brahé contre Copernic et Galilée, alors que toute sa conception cinétique du monde exige la notion du mouvement absolu

pernic et Tycho-Brohé, il fallait avoir compris dans sa profondeur la pensée copernicienne, à savoir que le mouvement rapporté à la terre ne satisfait pas au principe de causalité vulgaire[1], tandis que ce principe est vérifié si on rapporte le mouvement au soleil (c'est-à-dire à des axes passant par le soleil et de direction fixe relativemnt aux étoiles).

8. *Développement ultérieure de la mécanique copernicienne.* — Les recherches scientifiques de ces trois derniers siècles ont pleinement vérifié les principes coperniciens, et elles ont ajouté à ces principes quelques axiomes nouveaux empruntés à l'expérience : c'est l'ensemble de tous ces axiomes qui constitue la base de la Mécanique moderne.

Je voudrais énoncer rapidement ce corps d'axiomes.

Le trièdre de référence étant supposé répondre à l'axiome de Kepler, considérons un élément M infiniment éloigné de tous les autres : son accélération est nulle. Supposons maintenant qu'un second élément matériel M_1 soit voisin de M ; le point M, à l'instant t, a une certaine accélération γ ; *je conviens* de dire que γ est l'accélération de M *causée* par M_1[2]. Si maintenant M est en présence non plus du seul élément M_1, mais d'un milieu matériel qui

1. Si on néglige cette idée fondamentale, le système astronomique de Copernic s'impose, à un esprit non prévenu, par sa simplicité et le rôle symétrique des planètes, symétrie que Tycho-Brahé rompt arbitrairement au profit de la terre. Mais ces considérations n'étaient pas assez impérieuses pour prévaloir contre le préjugé géocentrique vulgaire et le préjugé religieux.

2. Cette convention est évidemment légitime ; elle est de plus naturelle, car il suffit d'y réfléchir un instant pour comprendre que le mot *causée* est employé ici dans son sens ordinaire : si M_1 n'existait pas, γ serait nul, et γ est d'autant plus petit que M_1 est plus éloigné.

comprend M_1, j'appelle accélération de M causée par M_1 l'accélération qu'aurait M au même instant si (M et M_1 occupant les mêmes positions avec les mêmes vitesses) tous les autres éléments étaient écartés à l'infini.

Cette terminologie admise, les axiomes de la Mécanique, sous une forme purement positive, se résument ainsi :

On peut (une fois pour toutes) définir une mesure des distances et du temps et un trièdre de référence tels que les mouvements des éléments matériels de notre univers satisfassent aux axiomes qui suivent[1].

Axiome de l'inertie. — Un élément matériel infiniment éloigné de tous les autres décrit une droite avec une vitesse constante.

Axiome de l'action et de la réaction. — 1° Si M et M_1 sont deux éléments matériels, l'accélération γ de M causée par M_1 et l'accélération γ_1 de M_1 causée par M au même instant t sont directement opposées.

2° Elles sont de plus parfaitement déterminées en grandeur et sens quand on connaît à l'instant t) la distance r des deux points et leur vitesse relative $\frac{dr}{dt}$.

3° Le rapport $\frac{\gamma}{\gamma_1}$ est indépendant de la position et de la vitesse relatives de M et de M_1[2]. Ce rapport constant m_1 sera dit *masse relative* de M_1 par rapport à M.

1. Il conviendrait d'ajouter ici que, dans les phénomènes qui ne sont pas purement mécaniques, ce sont les mêmes mesures des distances, du temps et le même trièdre de référence qu'il faut adopter pour que le principe de causalité soit vérifié.

2. Nous avons supposé, dans tout cet exposé, que chaque élément de l'univers reste identique à soi-même. Si on supprime cette hypothèse, il faut énoncer ainsi la proposition 3° :

« Le rapport $\frac{\gamma}{\gamma_1}$ est indépendant de la position et de la vitesse

4° Soit M, M_1, M_2 trois éléments matériels quelconques : la masse relative de M_2 par rapport à M_1 est le quotient de la masse relative de M_2 par rapport à M par la masse relative de M_1 par rapport à M.

Axiome de l'indépendance des effets des éléments matériels. — L'accélération d'un élément matériel M en présence d'un milieu formé des éléments M_1, M_2...., M_n, est la somme géométrique des accélérations de M causées respectivement par M_1, M_2 .., M_n.

9. — Tels sont les axiomes qui sont nécessaires et suffisants pour fonder la Mécanique moderne. Ces axiomes une fois admis, convenons d'appeler *trièdre absolu* tout trièdre de référence qui répond à ces axiomes. Il est facile de démontrer que, si un trièdre est absolu, tout trièdre animé d'une translation rectiligne et uniforme par rapport au premier est encore absolu, et réciproquement. D'autre part, soit deux trièdres animés d'un mouvement de translation uniforme l'un par rapport à l'autre : on sait que l'accélération d'un point M est la même, qu'on rapporte le mouvement à l'un ou à l'autre de ces trièdres. Appelons *accélération absolue* d'un élément matériel M l'accélération de M dans son mouvement par rapport à un trièdre absolu. Cette accélération est bien déterminée en grandeur, direction et sens, à chaque instant, puisqu'elle est la même quel que soit celui des trièdres absolus qu'on a choisi pour trièdre de référence.

En un mot, du moment qu'il existe un trièdre *absolu*

---

relatives de M et de M_1, et des modifications que peuvent subir M ou M_1, du moment qu'on n'ajoute ou ne retranche à aucun des deux éléments aucune parcelle de matière. »

Il faut de plus supposer, dans les divers axiomes, que M et M_1 sont *dans un état donné* (thermique, électrique, etc.).

(et il en existe au moins un d'après nos axiomes), il en existe une infinité (animés l'un par rapport à l'autre d'une translation rectiligne et uniforme), mais cette indétermination n'entraîne en Mécanique aucun inconvénient : car les définitions et les axiomes de la Mécanique ne portent que sur les accélérations, et une translation rectiligne et uniforme imposée au trièdre de référence n'altère pas les accélérations.

Convenons enfin d'appeler *masse absolue* d'un élément matériel M la masse relative m de M par rapport à un élément invariable M_0 (choisi une fois pour toutes comme *unité de masse*). Quand on remplace l'unité de masse par une autre, il résulte des axiomes précédents que les nombres m, qui mesurent la masse absolue des éléments matériels, sont simplement multipliés par un même facteur constant. Les axiomes entraînent également cette conséquence que la masse d'un élément formé de deux parties est la somme des deux éléments partiels [1]. D'où cette conclusion que *la masse d'un corps quelconque sera la somme des masses de ses parties.*

Par définition, *la force absolue* ou force qui s'exerce sur un élément matériel M à un instant donné, est une grandeur dirigée suivant l'accélération absolue du point et égale au produit de la masse du point par cette accélération.

---

1. Cette conséquence se déduit des axiomes par un raisonnement élémentaire qu'il serait trop long de développer ici.

Dans l'hypothèse où les corps sont formés d'atomes, tous identiques entre eux, la masse d'un corps (somme des masses de ses atomes) est proportionnelle au nombre d'atomes qu'il renferme, et égal à ce nombre si on prend la masse de l'atome comme unité. D'où le nom de *quantité de matière* donné à la masse.

1°. *Introduction de phénomènes non mécaniques.* — Les postulats et définitions des nos 8 et 9 ont été énoncés sous une forme strictement positive, indépendante de toute arrière-pensée sur la notion de mouvement absolu. Il serait loisible de les inscrire sous cette forme, en tête de la Mécanique, sans aucun commentaire philosophique ou historique, comme des vérités d'ordre expérimental : il suffirait alors, pour les justifier, de remarquer que les axiomes énoncés sont vérifiés (dans la limite de nos expériences) quand on mesure les longueurs et le temps à la façon vulgaire (en se servant du mètre étalon et de l'horloge sidérale), et quand on prend comme axes de référence des axes ayant des directions fixes par rapport aux étoiles et passant par le soleil (ou, plus exactement, par le centre de gravité du système solaire, lequel est très voisin du soleil.) Des axes animés, par rapport à ces derniers, d'une translation rectiligne et uniforme pourraient d'ailleurs être choisis également comme axes absolus.

Mais lorsqu'on sort des phénomènes purement mécaniques pour étudier, par exemple, les phénomènes lumineux, on est inévitablement conduit à faire jouer à un des systèmes d'axes absolus un rôle privilégié.

D'après Newton, en effet, la lumière d'une source fixe se propage en ligne droite, avec une vitesse absolue constante, la même dans tous les sens. Autrement dit, en langage positif, on peut mesurer les longueurs et le temps et choisir un trièdre de référence de telle façon que non seulement les axiomes de la Mécanique soient vérifiés, mais qu'en outre (relativement à ce trièdre) la propagation de la lumière issue d'une source fixe soit rectiligne, uniforme et la même dans tous les sens.

Or les deux théories de la lumière théorie de l'émission

et théorie des ondulations s'accordent sur cette conclusion. Mais dans la théorie des ondulations tant lumineuses qu'électriques, l'éther doit être supposé immobile (dans son ensemble et abstraction faite de ses petites vibrations) par rapport à un certain trièdre, qui répond en outre aux propriétés attribuées plus haut aux trièdres dits *absolus*, et c'est relativement à ce trièdre que la lumière semble se propager en ligne droite avec une vitesse constante, la même dans tous les sens.

En définitive, l'observation et l'expérience conduisent (en dehors de toute considération extra-scientifique) aux conclusions suivantes :

« *On peut définir (une fois pour toutes) une mesure des distances et du temps et un trièdre de référence (dit trièdre* FONDAMENTAL), *tels que les axiomes de la Mécanique énoncés au n° 8 soient vérifiés, et que, de plus, la lumière se propage en ligne droite, avec une vitesse constante, la même dans tous les sens* [1]. »

---

1. Considérons des axes passant par le centre de gravité du système solaire, et ayant des directions fixes par rapport aux étoiles les plus lointaines (celles qui n'ont dans nos mesures actuelles, ni parallaxes ni mouvement propre) : substituons à ces axes des axes parallèles, dont l'origine est animée (par rapport aux premiers) d'une vitesse dirigée sensiblement du soleil vers Sirius et égale environ à 25 kilomètres par seconde. Ces derniers axes constitueront un trièdre fondamental (c'est à dire un trièdre qui répondra, dans la mesure de nos expériences, aux propriétés énoncées). Tout autre trièdre fondamental sera lié invariablement à celui-là. Par rapport à ce dernier trièdre (et c'est là une autre propriété caractéristique) les étoiles animées d'un mouvement propre n'ont aucune *orientation* spéciale. Au contraire, relativement au trièdre absolu qui a pour origine le soleil, ces étoiles semblent emportées vers Sirius d'un mouvement d'ensemble,

« *Dans les phénomènes qui ne sont pas purement mécaniques, c'est cette même mesure des distances et du temps et ce même repérage des mouvements qui doit être adopté pour que ces phénomènes répondent au principe de causalité ordinaire.* »

« *Dans la théorie des ondulations lumineuses et électriques (théorie électro-magnétique de la lumière), l'ensemble de l'éther doit être supposé immobile (abstraction faite de ses petites vibrations) par rapport au trièdre fondamental.* »

Tous les savants, qu'ils croient ou non au mouvement absolu, s'accordent sur ces conclusions et, par suite, sur les conséquences qu'elles entraînent. Mais, pour les partisans du mouvement absolu, un trièdre fondamental est *absolument fixe* et le mouvement rapporté à un tel trièdre est le mouvement *absolu*. Convenons (sans aucune arrière-pensée philosophique) d'appeler *mouvement absolu* le mouvement rapporté à un trièdre fondamental : toute proposition qui sera vraie pour ceux qui croient à l'objectivité du mouvement absolu sera vraie aussi pour ceux qui la nient et réciproquement.

11. *La Mécanique géocentrique et la Mécanique copernicienne.* — C'est donc une vérité incontestable que les idées coperniciennes ont été vérifiées (dans toutes les conséquences positives) par la science contemporaine, et qu'elles en ont guidé tout le développement. Il est toutefois une question qu'on doit naturellement se poser : imaginons que les hommes ne se soient préoccupés ni du mouvement

---

comme des graines vannées que traverse un coup de vent. Pour les partisans du mouvement absolu, le système solaire est animé d'un mouvement absolu, dirigé en sens inverse de Sirius, c'est-à-dire vers la constellation d'Hercule.

absolu, ni des phénomènes astronomiques, mais seulement du mouvement des corps à la surface de la terre et par rapport à la terre. N'auraient-ils pu fonder une mécanique qui coïnciderait en fait avec la mécanique classique dans toutes les applications de celle-ci aux mouvements terrestres? Les anciens, et notamment Archimède, avaient créé une Statique terrestre qui s'accorde avec la nôtre. Une Dynamique analogue n'était-elle pas possible?

Imaginons donc que durant ces trois derniers siècles la science soit restée *géocentrique*, mais que d'ailleurs les méthodes mathématiques et expérimentales aient progressé jusqu'à leur état actuel. Les hommes auraient constaté qu'un élément matériel, lancé dans le vide au voisinage du sol, décrit une parabole, et que son accélération, en un point donné de la terre, est constante. Moyennant un effort de génie plus grand que ceux de Galilée et de Newton, ils auraient pu ajouter, à cette loi de la chute des corps, certains axiomes indispensables, et construire une mécanique terrestre qui eût suffi, en général, aux besoins de l'architecte et de l'ingénieur.

Mais, tout d'abord, une telle science aurait eu un caractère purement local et empirique; elle n'aurait rendu aucun compte des phénomènes astronomiques; elle n'eût entraîné aucune conséquence générale sur l'univers.

Quelles sont les lois du mouvement à la surface de Mars ou de Jupiter? La Mécanique géocentrique ne nous l'eût point appris.

Bien plus, des phénomènes terrestres d'une importance considérable ou des expériences saisissantes eussent échappé à toute explication de la Mécanique géocentrique. Cette Mécanique aurait prévu les oscillations du pendule simple; le mouvement du pendule de Foucault (même une fois

observé lui serait un mystère. Elle eût prévu la surface d'équilibre d'une nappe d'eau peu étendue : elle aurait été complètement impuissante devant le phénomène des marées. De même, les hommes auraient constaté les variations de la pesanteur avec la latitude, l'aplatissement de la terre, etc., comme autant d'observations empiriques que rien ne leur permettait de prévoir ou d'expliquer.

Au contraire, la Mécanique copernicienne, prolongée par Galilée et Newton, non seulement rendait compte des phénomènes astronomiques et faisait rentrer les mouvements à la surface de la terre dans des lois générales et simples embrassant les mouvements universels; mais elle permettait de prévoir et de calculer tous les phénomènes terrestres qui eussent déconcerté la Mécanique géocentrique.

La Mécanique copernicienne nous apprenait, en effet, que la terre doit être aplatie aux pôles et que la pesanteur doit varier avec la latitude suivant une loi facile à calculer. Elle nous apprenait encore que l'accélération de la pesanteur (qui, dans les expériences directes les plus minutieuses, nous apparaît comme constante en un même lieu) n'est pas en réalité constante, mais dépend et de la vitesse du point qui tombe et de la position de la lune, du soleil et autres astres du système solaire. Si ces influences sont trop faibles, je le répète, pour être décelées, dans l'état actuel de la science, par des mesures directes, le calcul montre qu'elles doivent entraîner des oscillations périodiques (réglées par la lune et le soleil) des vastes étendues d'eau, et permet de prédire, avec une précision remarquable que l'observation vérifie, *les marées*. Le calcul montre également que ces influences doivent modifier les oscillations du pendule (pendule de Foucault) et définit d'avance le

mouvement exact du pendule suivant la latitude. Je borne là cette énumération.

Ainsi, dans l'ordre des faits purement terrestres, la Mécanique copernicienne, à l'inverse de la Mécanique géocentrique, a permis d'expliquer et de calculer des phénomènes considérables déjà observés, tels que les marées; bien plus, elle a prévu, avec une précision saisissante, des phénomènes remarquables qui étaient niés ou insoupçonnés quand elle les annonçait (aplatissement de la terre, variation de la pesanteur avec la latitude, mouvement du pendule de Foucault, etc.).

12. *Les idées coperniciennes et l'école critique moderne.* — Comme je l'ai expliqué tout à l'heure (n° 10, p. 70), tous les savants sont d'accord sur l'énoncé *positif* des axiomes de la Mécanique et sur leurs conséquences positives. Je voudrais insister, en terminant, sur la divergence *philosophique* qui sépare ceux qui croient au mouvement absolu et ceux qui le nient.

Pour les premiers, il est certain *a priori* que, parmi tous les trièdres de référence possibles, il en est un (à savoir un trièdre absolument fixe) qui se distingue des autres [1], non pas seulement, comme on le dit souvent, par des propriétés particulièrement simples (l'expression est beaucoup trop vague), mais par des propriétés simples et précises qu'ils peuvent indiquer à l'avance.

La propriété en quelque sorte *royale* de ce repérage, c'est que le mouvement ainsi repéré doit satisfaire au principe de causalité (ordinaire) : *les mêmes conditions initiales trans-*

1. Il est bien entendu, une fois pour toutes, que deux trièdres de référence, dont l'un est fixe par rapport à l'autre, ne constituent pas deux *repérages* distincts : ils définissent le même mouvement.

portées dans le temps et l'espace doivent engendrer le même mouvement transporté de la même manière dans le temps et l'espace.

Pour que cette propriété ainsi énoncée ait un sens bien précis, il faut toutefois avoir nettement défini ce qu'on doit entendre par *conditions initiales* : c'est là, je le répète, que les Coperniciens (plus ou moins inconsciemment) faisaient intervenir l'expérience, d'ailleurs vulgaire et quotidienne, en adoptant comme *conditions initiales* les positions et les vitesses des éléments matériels considérés, et en négligeant les éléments matériels très éloignés.

En définitive, une fois admise la non-influence des éléments matériels infiniment éloignés, et une fois adoptées comme conditions initiales la position et la vitesse de chaque élément, les Coperniciens et les partisans du mouvement absolu affirment *d'avance* qu'il doit exister un trièdre de référence par rapport auquel le mouvement satisfait au principe de causalité. Ce sont ces idées *a priori* que traduisent les axiomes I, II et III du n° 3.

L'expérience a vérifié ces prévisions, et a complété les axiomes I, II et III par d'autres axiomes dont l'ensemble a été exposé au n° 8. Mais pour les partisans du mouvement absolu, ces nouveaux axiomes diffèrent essentiellement des premiers en ce sens qu'ils ont une origine purement empirique. Pour eux, les axiomes I, II et III sont des axiomes *fondamentaux* auxquels on ne peut toucher, sans renverser du même coup le principe de causalité tel qu'on l'énonce à la base de toute science. Au contraire, les postulats qui complètent ces axiomes I, II et III pourront être modifiés par l'expérience quand le champ de ses investigations s'étendra, sans que notre conception de la causalité soit bouleversée.

En un mot, pour réfuter scientifiquement les idées coperniciennes, il faudrait montrer l'inexactitude des axiomes I, II ou III.

Il est remarquable de constater, à ce sujet, que les seuls axiomes de la Mécanique qui aient été ébranlés jusqu'ici rentrent exclusivement dans ces postulats expérimentaux adjoints aux axiomes coperniciens. C'est ainsi qu'une théorie récente de l'électricité, théorie très aventureuse d'ailleurs, propose de modifier le principe de l'action et de la réaction de la manière suivante : considérons, pour plus de clarté, deux éléments matériels identiques M et M_1 très éloignés de tous les autres, et étudions leur mouvement absolu (mouvement rapporté au trièdre fondamental) ; d'après l'axiome classique, leurs accélérations γ et γ_1 doivent être égales et opposées ; dans la théorie nouvelle, le rapport $\frac{\gamma_1}{\gamma}$, au lieu d'être égal à l'unité, dépend des vitesses absolues de M et de M_1 ; par exemple, si la vitesse de M est ordinaire et si la vitesse de M_1 est voisine de la vitesse de la lumière, $\frac{\gamma_1}{\gamma}$ est très voisin de zéro. Il convient d'insister sur ce fait que cette théorie, si on l'admet, confirme (bien loin de l'affaiblir) la valeur objective de la notion de mouvement absolu et des idées coperniciennes.

13. — En face du point de vue copernicien, quel est le point de vue des adversaires du mouvement absolu, et notamment de l'école critique moderne ?

Pour les esprits qui nient le mouvement absolu, tous les trièdres de référence, *a priori*, se valent. Il n'y a aucune raison pour que l'un présente plutôt qu'un autre des avantages spéciaux. *L'existence d'un trièdre privilégié, par rapport auquel le mouvement jouit de toutes les propriétés*

attribuées d'avance au mouvement absolu par les Copernicens, est pour l'école critique moderne un hasard purement empirique dont elle ne fournit aucune explication. Pour cette école, *tous* les axiomes de la Mécanique sont des vérités approchées, déduites de l'expérience et qui ont le même degré de certitude. L'expérience, qui les a crées, peut les modifier demain, à moins toutefois que les savants n'aiment mieux faire rentrer les faits, bon gré mal gré, à coup de conventions, dans les axiomes qu'ils ont énoncés une fois.

Il ressort de ce qui précède que l'argument le plus fort qu'on peut opposer à une telle conception se résume ainsi :

L'ensemble des phénomènes nous apparaît comme obéissant au principe de causalité vulgaire : « Les mêmes causes transportées dans le temps et l'espace produisent les mêmes effets transportés dans le temps et l'espace ». Les phénomènes du mouvement formeraient-ils donc une classe exceptionnelle échappant à ce principe ? Du moment qu'on rejette cette hypothèse comme invraisemblable, on est conduit nécessairement à admettre qu'en repérant les mouvements convenablement, ils satisferont au principe vulgaire de causalité. C'est ce qu'ont fait les Coperniciens ; c'est guidés par ce principe qu'ils ont affirmé l'existence d'un trièdre de référence *privilégié* et qu'ils ont énoncé d'avance les propriétés simples et caractéristiques de ce trièdre par rapport aux phénomènes mécanique et lumineux. Or, l'expérience a vérifié toutes ces prévisions. Que parmi tous les trièdres de référence possibles, il en existe un qui soit incomparablement préférable aux autres, c'est déja un fait surprenant pour ceux qui nient le mouvement absolu. Mais que les propriétés de ce trièdre soient précisément celles qu'indiquaient les Coperniciens, n'est-ce pas là un hasard trop invraisemblable ?

14. *Quelques considérations philosophiques sur le mouvement absolu.* — Jusqu'ici, dans cette discussion, nous nous sommes placé à un point de vue strictement positif. J'oserai risquer, en terminant, quelques considérations philosophiques très brèves. Mais il est bien entendu que j'abandonne ici le terrain scientifique pour m'aventurer dans le domaine des conceptions individuelles.

Dans tout exposé, comme dans toute critique, des principes de la Mécanique, on est conduit (presque inévitablement) à étudier *isolément et exclusivement* les phénomènes du mouvement, et à justifier les axiomes qui les concernent par des raisons qui n'empruntent rien aux autres phénomènes [1]. En un mot, on raisonne comme si les hommes avaient inventé la Mécanique en n'ayant jamais perçu, dans l'univers, autre chose que des mouvements.

En réalité, la Mécanique, comme toutes les autres sciences d'ailleurs, plonge ses racines dans notre perception *intégrale* du monde extérieur. L'observation individuelle et l'observation atavique ont révélé tout d'abord aux hommes une certaine *séquence* dans les phénomènes : le principe de causalité leur est apparu d'abord sous sa forme qualitative (séries de phénomènes se reproduisant *dans le même ordre*), puis beaucoup plus tard, après les premières mensurations de longueur et de temps, sous sa forme quantitative (séquences de phénomènes non seulement se succédant dans le même ordre, mais ayant *même durée* dans deux

1. C'est ainsi qu'on justifie les mesures de longueur et de temps par les considérations purement mécaniques, alors qu'en fait ces mesures, comme nous l'avons déjà remarqué (page 32), ont précédé toute mécanique et même toute science : il est vrai que les mesures primitives ont été minutieusement perfectionnées, mais ces perfectionnements n'ont modifié que dans un très faible rapport les anciennes mesures.

quelconques des séquences, etc.). C'est dans les phénomènes non mécaniques (feu, bruits, lumière, etc.) que ce principe s'est surtout manifesté avec évidence, mais c'est en Mécanique qu'il a pris, pour la première fois, une forme vraiment précise. La raison de ce paradoxe, c'est que, de tous les phénomènes, les phénomènes du mouvement étaient ceux qui se prêtaient le mieux à une étude quantitative, à des mesures et à des observations précises : la Mécanique devait donc être la première science expérimentale et quantitative que fonderaient les hommes, mais jamais ils ne l'eussent fondée, s'ils n'avaient emprunté, préalablement, à leur connaissance générale du monde extérieur le principe vulgaire de causalité, lequel n'apparaissait pas de prime abord dans l'ensemble des phénomènes du mouvement.

15. — Il suit de là que, pour être vraiment juste, profonde et philosophique, une critique des principes de la Mécanique devrait être précédée d'une critique générale des fondements de notre connaissance. Comment percevons nous le monde extérieur ? Comment *le moi s'oppose-t-il au non-moi* ? Pourquoi affirme-t-il si énergiquement l'existence objective du monde extérieur ? Comment se dégagent en lui les notions de temps, d'espace et de causalité ? Ce sont autant de questions qui sont liées indissolublement entre elles et liées indissolublement aux principes de toute science. Une analyse complète de ce mécanisme psychologique constaterait, je crois, que la notion d'espace et la notion de mouvement absolu sont inséparables. Elle constaterait surtout que *les raisons qui nous font croire à l'existence des corps extérieurs et des autres hommes sont exactement les mêmes que celles qui nous font croire au mouvement absolu.*

Je voudrais préciser, d'un mot seulement, cette dernière indication. Pourquoi pensons-nous qu'une table qu'on transporte de Paris à Versailles existe encore à Versailles ? Parce que, à Versailles comme à Paris, elle produit sur nous les mêmes sensations. C'est là une application du principe de causalité vulgaire, du principe qui affirme que l'espace et le temps ne sauraient être des causes efficientes : d'après ce principe, si, à deux instants, les mêmes circonstances sont réalisées à Versailles et à Paris, les mêmes phénomènes se produiront. Dans l'hypothèse où la table existe à Versailles la même qu'à Paris, elle doit donc produire sur le même homme des impressions identiques. Comme nous vérifions qu'il en est ainsi, nous en concluons que l'hypothèse est vraie, que la table existe à Versailles. Or, c'est le même principe de causalité qui conduit à admettre le mouvement absolu de la terre. En un mot, le même principe qui nous fait affirmer l'existence de la terre nous fait aussi affirmer sa rotation absolue : la rotation de la terre présente à peu près la même certitude, ou plus exactement rentre dans le même ordre de certitudes, que l'existence même de la terre. Sous une autre forme, qui n'a de paradoxale que l'apparence, *si c'est une convention de dire que la terre tourne, c'est également une convention de dire qu'elle existe, et ces deux conventions se justifient par des raisons identiques.*

NOTE SUR LA PROPAGATION DE LA LUMIÈRE

1. Admettons d'abord avec les Newtoniens la notion de mouvement absolu, et soit $Oxyz$ des axes absolument fixes et S une source lumineuse immobile dans un immense espace vide. La théorie de l'*émission*, comme celle des *ondulations*, enseigne que la lumière issue de S se propage en ligne droite par rapport aux axes $Oxyz$ avec la même vitesse V dans tous les sens.

D'après la théorie de l'*émission*, les rayons lumineux sont les trajectoires de corpuscules infinitésimaux projetés en tous sens par la source S avec la vitesse V.

D'après la théorie des ondulations, les corps sont immergés dans un océan d'*éther*, subtil et élastique, qui les pénètre. L'éther est immobile dans son ensemble par rapport aux axes $Oxyz$. La lumière est un mouvement ondulatoire de cet éther, mouvement de très grande fréquence et de très faible amplitude. Les corps matériels mobiles peuvent *a priori* troubler dans leur voisinage l'immobilité de l'éther. Mais dans le vide sidéral obscur, l'éther est absolument immobile.

On sait que les deux théories conduisent à des résultats divergents quant à la diffraction, quant à la propagation de la lumière dans des milieux transparents de densité

différente (tels que l'air et l'eau), etc. L'étude de ces phénomènes a fait écarter la théorie de l'émission. Mais aujourd'hui les propriétés de radiations nouvelles (notamment des phénomènes radioactifs) a fait revivre cette hypothèse. D'autre part, l'étude de la propagation de la lumière et la discussion des difficultés qui ont conduit aux théories *relativistes*, rendent intéressante la comparaison des deux théories.

Théorie de l'émission.

2. Supposons que la source, au lieu d'être immobile, soit animée d'un mouvement absolu rectiligne et uniforme de vitesse v, et considérons des axes absolus (au sens newtonien) $Sx_1y_1z_1$ qui accompagnent la source : par rapport à ces axes, les corpuscules lumineux sont projetés par la source avec la même vitesse V dans tous les sens. Par rap-

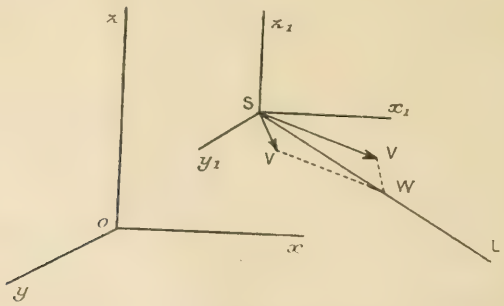


Fig. 1.

port aux axes absolument fixes $Oxyz$, la vitesse d'un de ces corpuscules est donc la somme géométrique $\overline{V} + \overline{v}$ de sa vitesse propre de projection V et de la vitesse v de la

source; le mouvement du corpuscule est encore rectiligne et uniforme. Pour un observateur absolument fixe, la lumière issue de S se propage en ligne droite, mais avec une vitesse W qui varie avec la direction et le sens du rayon lumineux, soit SL perçu par l'observateur : pour calculer cette vitesse W, construisons (*fig.* 1) le vecteur Sv qui représente la vitesse absolue de la source, et du point v comme centre décrivons un cercle de rayon V ; ce cercle (en supposant V v) coupe la droite SL en deux points de part et d'autre de S et définit ainsi une vitesse W et une seule de sens SL. En particulier, si v a la direction SL, W (en valeur absolue), est égal à $V + v$ ou à $V - v$, suivant que SL a le sens de v ou le sens contraire.

Rien n'est changé dans ce qui précède si les axes $Oxyz$, au lieu d'être absolument fixes, sont animés d'un mouvement absolu rectiligne et uniforme. Autrement dit, les axes que nous avons appelés *absolus* jouissent, dans la théorie de l'émission, de toutes les propriétés attribuées aux axes absolument fixes. Par rapport à de tels axes, la lumière d'une source immobile (relativement à ces axes) se propage, dans le vide sidéral, en ligne droite avec la même vitesse dans tous les sens.

Si la source S est mobile, mais si sa vitesse (par rapport à $Oxyz$) est nulle à l'instant t_0, les radiations émises à l'instant t_0 par S se propagent avec la même vitesse V dans tous les sens.

Si la vitesse v de S varie avec l'instant t_0 considéré, un corpuscule lumineux émis à l'instant t_0 décrit une droite avec la vitesse $\overline{V} + \overline{v}(t_0)$.

Ainsi donc, dans la théorie de l'émission, deux systèmes d'axes absolus jouissent rigoureusement des mêmes propriétés : rien ne permet d'en regarder l'un comme *privilégié*.

Si l'on admet cette théorie, on peut ajouter aux postulats énoncés plus haut (pages 22-23) le suivant :

La lumière d'une source S immobile par rapport à des axes absolus et loin de toute matière se propage en ligne droite par rapport à ces axes, avec une vitesse constante qui est la même dans tous les sens.

D'après cela, considérons un astre animé d'une translation absolue rectiligne et uniforme et emportent avec lui une source lumineuse : pour des observateurs emportés eux-mêmes avec l'astre, tout se passera comme si l'astre était absolument fixe.

3. *La théorie de l'émission et la gravitation.* — Si les rayons lumineux sont les trajectoires de corpuscules lancés avec une vitesse considérable, il est naturel d'admettre que ces corpuscules obéissent à la gravitation. Par rapport à des axes absolus *Oxyz* ayant comme origine le centre de gravité du système solaire (*axes de Copernic*)[1], un rayon lumineux passant au voisinage du soleil devrait donc subir une déviation, très faible à cause de la grande vitesse de la lumière : il décrirait non pas une droite, mais une branche d'hyperbole ayant le soleil comme foyer et dont les asymptotes seraient presque en prolongement l'une de l'autre. Pour un rayon lumineux rasant le bord du soleil, la déviation maxima du rayon (angle de ses asymptotes) serait de l'ordre de la seconde

[1] Nous appelons *axes de Copernic* des axes ayant comme origine le centre de gravité du système solaire et des directions fixes par rapport aux étoiles lointaines. Nous appelons *axes de Galilée* des axes animés par rapport aux précédents d'une translation rectiligne et uniforme. Dans l'état actuel de nos mesures, ce sont ces axes qui répondent aux propriétés attribuées aux axes absolus.

d'angle. Si le rayon rasait un autre astre que le soleil, de même densité mais de rayon n fois plus petit, cette déviation serait n^2 fois plus petite : au voisinage de la terre, l'influence de la gravitation sur la propagation de la lumière serait donc tout à fait négligeable. Par conséquent, par rapport à des axes absolus, la lumière, même au voisinage du soleil et *a fortiori* de la terre, se propage très sensiblement en ligne droite.

4. *Propagation par rapport à des axes quelconques.* — Considérons maintenant les axes $O_1\ x_1\ y_1\ z_1$ animés par rapport à des axes absolus d'un mouvement connu, (mais non rectiligne et uniforme) : le mouvement d'un corpuscule lumineux par rapport à ces nouveaux axes se déduira du mouvement absolu rectiligne et uniforme par les formules classiques du changement d'axes en géométrie analytique.

Supposons par exemple que les axes $O_1x_1y_1z_1$ tournent uniformément avec la vitesse angulaire ω autour de la droite absolument fixe O_1z_1, et soit (dans le plan $z_1 = 0$)

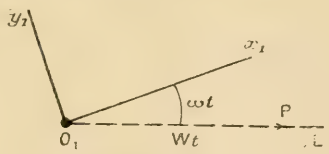


Fig 2.

O_1L un rayon de lumière (*fig.* 2) parcouru par le corpuscule P dans l'espace absolu) avec la vitesse W. Soit $O_1P = Wt$, $\widehat{LO_1}$, $x_1 = \omega t$; la trajectoire de P (ou de la lumière) par rapport aux axes $O_1x_1y_1z_1$ sera définie par les équations ;

$$x_1 = Wt\cos\omega t, \qquad y_1 = Wt\sin\omega t, \qquad z_1 = 0\ ;$$

autrement dit la trajectoire de la lumière sera une spirale d'Archimède, dont une spire est décrite à chaque tour des axes. Par rapport aux axes $O_1x_1y_1z_1$, la vitesse de la lumière au point P aura comme projections W et ωWt sur O_1P et sur la perpendiculaire à O_1P.

Si l'angle ωt dont tournent les axes durant l'intervalle de temps t est extrêmement petit, la trajectoire de la lumière issue de O_1 à l'instant $t = 0$) par rapport aux axes tournants est très sensiblement rectiligne.

En particulier, *un observateur terrestre* rapporte naturellement à la terre la trajectoire de la lumière. Or, soit $Oxyz$ des axes ayant comme origine le centre de gravité du système solaire et des directions fixes par rapport aux étoiles lointaines : ces axes sont (dans la limite actuelle de nos mesures) des axes absolus. La terre par rapport à ces axes est animée d'un double mouvement : 1° mouvement annuel presque circulaire de son centre autour du soleil, mouvement dont la vitesse est d'environ 30^{km} par seconde ; 2° mouvement diurne de rotation autour de son centre, qui communique à un point de la surface terrestre une vitesse inférieure à 500 mètres par seconde.

Soit maintenant $O_1 x_1 y_1 z_1$ des axes liés invariablement à la terre et dont l'origine est un certain point O_1 de la surface terrestre. Ces axes sont animés à la fois de la translation du point O_1 et d'une rotation autour d'une parallèle O_1N à l'axe du monde. Pour calculer (par rapport aux axes $O_1x_1y_1z_1$) la trajectoire exacte du rayon lumineux, il faudrait appliquer les formules analytiques du changement d'axes : cette trajectoire serait une sorte de spirale dont la lumière (venue par exemple d'une étoile) parcourrait une spire en 24 heures. C'est cette trajectoire que mesureraient des observateurs terrestres s'ils pouvaient suivre la lumière

de l'étoile jusqu'à la terre. Mais le rayon de courbure de cette spirale est colossal, supérieur à 2×10^9 kilomètres : pour déceler une déviation d'une seconde d'angle dans la direction d'un rayon, il faudrait que les mesures de nos observateurs pussent embrasser une longueur du rayon lumineux de l'ordre de 10.000 kilomètres (dans le vide ou dans un milieu homogène) !

En réalité, durant le temps si court qu'un rayon de lumière emploie à parcourir la trajectoire de quelques mètres ou kilomètres que nous pouvons mensurer effectivement au voisinage de la terre, il est loisible de regarder les axes $O_1x_1y_1z_1$ comme animés (par rapport aux axes $Oxyz$) d'un simple mouvement de translation rectiligne et uniforme, dont la vitesse est d'environ 30 kilomètres et sensiblement parallèle à la tangente à l'ellipse képlérienne. Considérons une source de lumière *immobile par rapport à ces axes* : pour un observateur terrestre, tout se passera très sensiblement comme si les axes $O_1x_1y_1z_1$ étaient des axes absolus, rien ne décelera le mouvement de la terre autour du soleil et *l'expérience de Michelson devra donner un résultat négatif*.

5. *Aberration.* — Si au contraire la source de lumière est une étoile lointaine E, soit t_0 l'instant d'où part de l'étoile la particule lumineuse qui atteint la terre en O_1 à l'instant t et soit E_0 (*fig.* 3) la position de l'étoile à l'instant t_0; soit de plus u la vitesse propre de E par rapport aux axes de Copernic $Oxyz$, (vitesse constante, en grandeur direction et sens) [1] et u_1 la projection (positive ou négative) de u sur la demi droite E_0O_1 : par rapport aux axes $Oxyz$, la particule lumineuse décrit la droite E_0O_1 (qui joint E_0 à la

[1] Si E n'est pas une étoile double on multiplie.

position à l'instant t du lieu d'observation O_1 de la surface terrestre), avec la vitesse $V + u_1$ très sensiblement [1]. Par rapport aux axes $O_1x_2y_2z_2$ parallèles aux axes $Oxyz$, mais dont l'origine coïncide constamment avec O_1, la par-

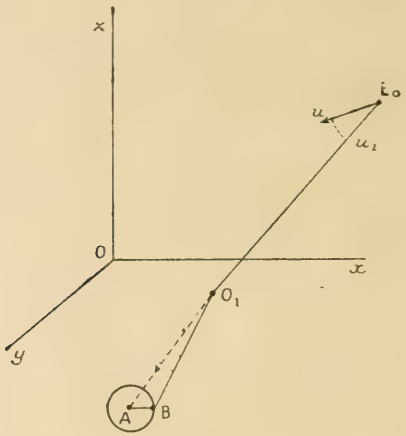


Fig. 3.

ticule, *au voisinage de* O_1, est encore animée d'un mouvement rectiligne et uniforme, mais dont la vitesse est la résultante du vecteur $V + u_1$ de sens E_0O_1 et du vecteur $-\overline{v}$, si v désigne la vitesse de O_1 à l'instant t (par rapport à $Oxyz$).

Supposons l'étoile E assez lointaine pour n'avoir pas de parallaxe sensible ; la direction O_1E_0 est invariable sensible-

[1] Rigoureusement, si θ désigne l'angle de E_0O_1 et de u, cette vitesse est égale à $V\left(1 - \frac{u^2 \sin^2\theta}{V^2}\right)^{\frac{1}{2}} + u_1$, c'est-à-dire, à $V + u_1$, en négligeant $\frac{u^2}{V^2}$ devant l'unité.

ment au cours d'une année. [1] La direction dans laquelle l'observateur voit l'étoile E à l'instant t (par rapport aux directions absolues $Oxyz$) est la résultante du vecteur $V + u_1$ de sens O_1E_0 et du vecteur v très peu différent de la vitesse du centre T de la terre sur l'ellipse képlérienne (presque circulaire). Si Oz est choisi perpendiculaire au plan de l'écliptique, v (sensiblement) reste constant en grandeur et tourne uniformément en un an autour de Oz. Soit O_1A le vecteur $V + u_1$ porté sur E_0O_1 et AB le vecteur v (à l'instant t) construit avec A comme origine ; B décrit un cercle de centre A dans un plan perpendiculaire à Oz, et la direction O_1B dans laquelle l'observateur voit l'étoile décrit un cône oblique à base circulaire autour de O_1E_0, cône qui est de révolution si O_1E_0 est perpendiculaire au plan de l'écliptique : l'angle d'écart entre O_1E_0 est inférieur à $\frac{v}{V + u_1}$ ou sensiblement à $\frac{v}{V}$, (car $\frac{u_1}{V}$ est très petit en fait), c'est-à-dire à $\frac{1}{10.000}$ e de radiant, ou à 21″.

Théorie des ondulations.

6. Soit $oxyz$ des axes absolument fixes : l'éther dans son ensemble est immobile par rapport à ces axes, et la vitesse de propagation de la lumière, dans le vide sidéral, et loin de toute matière, ne dépend que des propriétés élastiques de l'éther [2]. Elle est donc indépendante du mouvement propre de la source.

---

[1] Le déplacement propre d'une étoile lointaine par rapport aux axes de Copernic n'entraîne qu'une variation imperceptible de la direction O_1E_0 en un siècle.

[2] La théorie des ondulations ne donne *a priori* aucune indi-

Pour comparer les deux théories de l'émission et des ondulations, imaginons un canon au repos qui, dans l'air immobile, communique à un projectile une vitesse égale à celle du son, soit V. Ce projectile atteint son but à une distance assez faible pour que sa trajectoire soit sensiblement une droite horizontale et sa vitesse sensiblement constante : si le but est une automobile au repos, le projectile frappera l'automobile à l'instant même où le conducteur de celle ci entendra la détonation de la pièce.
Il en sera de même encore si l'automobile marche avec une vitesse v vers le canon : l'automobile sera frappée par le projectile avec la vitesse relative $V + v$, qui est aussi celle de la propagation de la détonation pour le conducteur. Dans le cas où l'automobile s'éloignerait du canon avec la vitesse v, la conclusion serait la même, au changement près du signe de v.

Mais imaginons maintenant qne le canon C soit traîné en atmosphère calme, avec la vitesse u sur la même route rectiligne que l'automobile A. Comptons u positivement dans le sens CA, négativement dans le sens contraire : la détonation se propage dans l'air immobile avec la vitesse V (indépendante de u) ; le projectile a par rapport à la pièce la vitesse V, donc par rapport à l'air et au sol la vitesse $V + u$. Si l'automobile est animée de la vitesse v comptée positivement dans le sens AC, la vitesse de propagation de la détonation par rapport à l'automobile et à son conducteur sera $V + v$, celle du projectile sera $V + v + u$. Supposons notamment que le canon pour suive l'automobile, sans perdre ni gagner de distance

cation sur la question de savoir si une masse matérielle (immobile dans l'éther) dévie ou non un rayon lumineux.

($u > o$, $v = -u$) : la vitesse du projectile par rapport à l'automobile est V, comme si canon et automobile étaient immobiles par rapport au sol et à l'air ; mais le conducteur n'entendra le coup de canon qu'après l'arrivée du projectile : la vitesse de propagation du son seraient pour lui $V + v = V - u$.

Revenons à la propagation de la lumière : considérons des axes $O_1x_1y_1z_1$ invariablement liés à la terre et ayant constamment comme origine le point O_1 de la surface terrestre, et soit S une source de lumière voisine de O_1 et fixe par rapport au sol, donc par rapport aux axes $O_1x_1y_1z_1$. Les axes $O_1x_1y_1z_1$ sont animés (par rapport à l'éther absolument immobile) d'un mouvement qui pendant un temps très court peut être assimilé à une translation dont la vitesse $\overline{v}$ est égale ici à $\overline{u} + \overline{w}$, u désignant la vitesse dans l'éther du centre de gravité du système solaire (vitesse invariable) et w un vecteur très peu différent de la vitesse du centre de la terre sur l'ellipse Keplérienne et qui change avec l'instant de l'année considérée : supposons pour simplifier qu'elle ait la direction et le sens SO_1. L'observateur O et la source S sont alors assimilables au conducteur de l'automobile et au canon de l'exemple précédent, le premier poursuivi par l'autre mais gardant la même distance. D'après la théorie de l'émission, la vitesse de la lumière issue de S par rapport à l'observateur O_1 est V, comme si observateur et source étaient immobiles dans l'éther (cas du projectile). D'après la théorie des ondulations, la vitesse V' de la lumière issue de la source est (par rapport à l'observateur O_1) égale à $V - v$, cas de la détonation) ; cette vitesse serait $V + v$, si la vitesse v avait le sens O_1S. D'une manière générale, si v fait avec la demi-droite O_1S l'angle θ (compris entre 0 et π), on a :

$$V' = v \cos \theta + \sqrt{V^2 - v^2 \sin^2 \theta}.$$

V' désignent la vitesse de propagation par rapport aux axes $O_1x_1y_1z_1$. Le temps employé par un rayon de lumière pour faire un aller et retour de S à O_1 et de O_1 à S, serait donc (l désignant la distance O_1S) :

$$l\left[\frac{1}{\sqrt{V^2 - v'^2 \sin^2 \theta}} + \frac{1}{\sqrt{V^2 - v^2 \sin^2 \theta}}\right] = 2l\frac{\sqrt{V^2 - v'^2 \sin^2 \theta}}{V^2 - v^2};$$

ce temps varie avec l'orientation de O_1S par rapport à v. Or, cette variation, l'expérience de Michelon devrait la mettre en évidence, et elle donne un résultat négatif, alors que l'effet prévu dépasse très notablement les erreurs d'expérience.

Comment expliquer ce paradoxe ?

7. *Les explications possibles de l'expérience de Michelson.* — L'hypothèse la plus simple, c'est qu'au voisinage de la terre, l'éther est emporté dans le mouvement de celle-ci : par rapport à la terre, l'éther près du sol est immobile sensiblement, donc aussi par rapport aux axes $O_1x_1y_1z_1$; tout se passe pour l'observateur O_1, dans la limite de nos mesures, comme si la terre et l'éther au voisinage étaient immobiles.

L'aberration. — Une telle hypothèse peut-elle se concilier avec le phénomène de l'*aberration* ? Tout d'abord, si on suppose l'éther non entraîné par la terre, le phénomène de l'aberration s'explique comme dans la théorie de l'émission, à cela près que la vitesse de la lumière émise par l'étoile est indépendante du mouvement de celle-ci et égale à V ; *perçu* par l'observateur O_1, le rayon lumineux a la direction $\overline{V} - \overline{v}$ ou $\overline{V} - \overline{u} - \overline{w}$; w est le seul terme variable avec l'époque de l'année.

Mais supposons l'éther entraîné par la terre. Dans cette

hypothèse, Stokes a cru rendre compte de l'aberration, mais ses formules étaient fausses. Au contraire, des raisonnements bien connus, notamment dans le cas où la direction de l'étoile est perpendiculaire à $\overline{v}$, aboutissent à la conclusion que l'aberration devrait être nulle. Mais ils ne me paraissent pas convainquants. En Hydrodynamique, des raisonnements analogues démontreraient que, même en tenant compte de la viscosité, le régime des fleuves est irréalisable : ce régime ne s'explique en effet qu'en faisant intervenir la région troublée, pleine de remous et de tournoiements, qui sépare le courant régulier du fleuve de ses rives. Dans le cas beaucoup plus compliqué du passage de la terre à travers le milieu élastique qu'est l'éther, soit D le volume d'éther qui accompagne régulièrement la terre, Δ l'ensemble de l'éther immobile; D et Δ sont séparés par une région troublée de l'éther sur laquelle bien des hypothèses sont possibles : appelons $\overline{V}$ la vitesse du rayon lumineux par rapport à l'éther Δ, $\overline{V}$ $\overline{V'}$ sa vitesse d'arrivée par rapport à l'éther D. Quand il sort du domaine Δ, la vitesse du rayon par rapport à D est sensiblement $\overline{V'} = \overline{V} - \overline{v}$, ($v$ vitesse absolue du centre de la terre); une fois bien entré dans le domaine D, sa vitesse par rapport à cet éther en translation régulière (la rotation de la terre sur elle-même étant négligée) est en valeur absolue nécessairement égale à V. Que se passe-t-il dans la région intermédiaire troublée ? On peut faire sur les mouvements de l'éther dans cette région des hypothèses qui aboutissent à ce résultat que le rayon, une fois entré dans l'éther en mouvement, garde sensiblement la même direction par rapport à Δ et que sa vitesse de propagation est seule modifiée dans la région troublée; la déviation est la même en direction que dans l'hypothèse où l'éther est partout immobile; la seule

différence est que, pour l'observateur O_1, la vitesse du rayon serait très sensiblement égale à V (et non à la valeur absolue de $\overline{V} - \overline{v}$). (1)

8. *L'expérience de Fizeau Fresnel.* — Mais il est un autre résultat bien établi assez difficile à concilier avec l'hypothèse de l'entraînement parfait de l'éther : c'est celui qu'a prévu et calculé Fresnel et qu'a vérifié Fizeau en étudiant la propagation de la lumière dans un liquide en mouvement. Imaginons un courant d'eau régulier de vitesse v par rapport au sol et admettons qu'il entraîne l'éther avec lui. Soit W la vitesse de propagation de la lumière par rapport à l'eau et l'éther supposés immobiles par rapport au sol ; si un rayon lumineux a le sens du courant, sa vitesse de propagation par rapport au sol devront être $W + v$. Or l'expérience montre qu'elle est égale (sensiblement) à

$$W + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

n désignant l'indice de réfraction du fluide.

Pour lever cette difficulté, on peut admettre que l'éther n'est qu'imparfaitement entraîné par la translation d'un corps matériel, et que cet entraînement est d'autant plus parfait que le corps est plus considérable. Si la terre était animée d'un simple mouvement absolu de transla-

1) On pourrait admettre encore que l'effet de la région troublée est le suivant : la différence géométrique $\overline{V} - \overline{V'}$ serait égale à $\overline{v}$ si le rayon gardait la même vitesse absolue en grandeur, direction et sens. Considérons la bissectrice des deux demi-droites $\overline{V}$ et $-\overline{V'}$: on peut admettre que la composante de $\overline{V} - \overline{V'}$ suivant cette bissectrice n'est pas altérée sensiblement dans la région troublée et reste par conséquent égale à la composante de v. L'aberration ainsi calculée ne diffère de la précédente que d'une quantité négligeable pour nos mesures.

tion, elle serait accompagnée à cause de ses dimensions, d'un vaste courant très régulier d'éther. La rotation de la terre complique ce mouvement de l'éther d'une sorte de rotation d'ensemble, en sorte que l'éther au voisinage du sol accompagne sensiblement le sol. Si maintenant un corps matériel de petites dimensions se déplace près du sol, il tendra à entraîner l'éther avec lui, mais imparfaitement ; plus exactement, il déterminera dans l'éther une perturbation, un sillage irrégulier et qui traîne : c'est pourquoi la vitesse de la radiation par rapport au sol sera moindre que $W + v$.

La critique que l'on peut adresser à de telles explications, qu'il s'agisse de l'expérience de Fizeau ou de l'aberration, c'est qu'elles sont compliquées si on les veut mener jusqu'au bout, et semblent assez arbitraires. Mais il faut se rappeler que c'est par une théorie où la matière et l'éther qui la pénètre interviennent simultanément, que Fresnel est parvenu à la formule que Fizeau a vérifiée ensuite si exactement. Cette théorie n'a donc pas été inventée pour les besoins de la cause, puis qu'elle a prévu le fait expérimental que nous discutons, et on doit se demander si la complication n'est pas dans la nature des choses. Est-il vraisemblable que les relations entre la matière et l'éther répondent à des conceptions simplistes ? Est-ce que le mouvement d'un fleuve dont je parlais tout à l'heure, est ce que le mouvement d'un solide dans un fluide ordinaire (air ou eau) ne prêtent pas aux plus singulières complications ? On connaît le paradoxe de d'Alembert qui déduit des équation de l'hydrodynamique cette conséquence qu'une sphère, animée d'un mouvement rectiligne et uniforme dans un liquide incompressible indéfini, ne subit de la part du liquide aucune résistance : pour expliquer la résistance

qui existe en réalité, il faut admettre qu'un sillage accompagne la sphère, c'est-à-dire admettre la formation d'une surface grandissante de discontinuité dans le mouvement du liquide. Et s'il s'agit du mouvement d'un régulateur à ailettes tournant dans un réservoir plein d'eau, d'autres hypothèses très différentes sont nécessaires pour rendre compte de la résistance que rencontre le régulateur. *De ces paradoxes, de ces contradictions avec les faits, doit-on conclure que le milieu liquide n'existe pas?* Non, mais que le mouvement d'un solide dans un fluide est un phénomène très compliqué en soi et qui ne comporte pas une analyse simpliste. Cette comparaison mériterait peut-être d'être méditée, plus qu'elle ne l'a été jusqu'ici, par les physiciens qui s'occupent du mouvement de la matière à travers l'éther.

La théorie de la relativité.

9. Quoi qu'il en soit, c'est la difficulté d'expliquer à la fois l'aberration, l'expérience de Fizeau et celle de Michelson qui a été l'origine de la théorie de la relativité. Imaginons un astre A, très éloigné de tous les autres, et qui ne tourne pas par rapport aux étoiles, et un groupe d'observateurs emporté par cet astre et lui rapportant les mouvements des autres corps. D'après les Newtoniens, cet astre est animé d'un mouvement absolu de translation, rectiligne et uniforme; des axes qui lui sont invariablement liés sont des axes absolus ; pour les observateurs en question, le principe de l'inertie est vérifié par le mouvement de tout élément matériel très éloigné de tous les autres ; la propagation de la lumière dans l'éther du vide sidéral est rectiligne, mais sa vitesse (cons-

tante pour une direction déterminée) varie avec cette direction, à moins que la vitesse absolue de l'astre A ne soit nulle.

Imaginons maintenant un second astre B identique au premier, très éloigné aussi de tous les autres et sans rotation par rapport aux étoiles ; il emporte un groupe analogue d'observateurs qui emploient des instruments de mesure (mètres, chronomètres, etc.) identiques à ceux du premier groupe. Soit v la vitesse de translation de B par rapport au solide A ; dans la doctrine de Newton, les *durées* du même phénomène mesurées par les deux groupes d'observateurs seront les mêmes ; en un mot, la variable t aura le même sens dans les formules des uns et des autres. Mais la vitesse du même rayon de lumière à travers le vide sidéral ne sera pas le même ; si cette vitesse est $\overline{V}$ pour les observateurs de l'astre A, elle sera $\overline{V} - \overline{v}$ pour les observateurs de l'astre B, et par conséquent différente de V en valeur absolue sauf pour des directions de rayon exceptionnelles).

Quelle modification essentielle apportent à ces conceptions les relativistes ?

10. Ils partent de ce postulat qu'aucun phénomène, quel qu'il soit, étudié directement par les observateurs de A avec les instruments dont ils disposent ne saurait leur permettre de déceler, ni par conséquent de mesurer leur mouvement absolu de translation rectiligne et uniforme. Autrement dit, les lois déduites de l'étude des phénomènes par les observateurs de A d'une part, de B d'autre part, doivent coïncider rigoureusement. D'une façon plus précise encore, quels que soient les phénomènes étudiés (mécaniques, thermiques, lumineux, électriques, etc), toutes les propriétés fondamentales attribuées dans les

théories classiques aux axes absolument fixes doivent appartenir également aux axes animés d'une translation absolue rectiligne et uniforme. Pour les observateurs de A comme pour ceux de B, la vitesse de propagation de la lumière dans l'éther intersidéral doit donc être la même dans tous les sens, et la même pour les premiers que pour les seconds.

La théorie de la relativité repose donc sur le même postulat fondamental que la Mécanique classique et que l'optique de Fresnel :

Postulat de Kepler-Fresnel. — « Il est possible une fois pour toutes et pour tout l'univers, de définir une mesure du temps, des longueurs [1] et un trièdre de référence tels que :

1° *Le mouvement de tout élément matériel très éloigné de tous les autres soit rectiligne et uniforme* (Principe de l'inertie)

2° *La propagation de la lumière, loin de toute matière, soit rectiligne, uniforme et ait la même vitesse dans tous les sens* (Principe de Fresnel).

D'après les doctrines classiques, ce repérage sera le repérage [2] adopté par le groupe d'observateurs de l'astre A

---

[1] Les longueurs et distances étant ainsi mesurées, si on appelle solide invariable tout corps matériel dont les éléments gardent des distances mutuelles invariables, ces solides jouissent des propriétés attribuées par Euclide aux figures invariables, autrement dit répondent à la géométrie Euclidienne, et les solides naturels rigides moyennant quelques précautions, sont des solides invariables. Ce postulat doit être considéré comme inclus dans le postulat de Kepler-Fresnel (pages 14 et 15). Donc la doctrine de la relativité généralisée, il n'est plus rigoureusement exact au voisinage d'une masse considérable (voir la note 2 de la page 9).

[2] On ne regarde pas comme distincts deux repérages qui ne diffèrent que par la substitution aux unités de longueur et de

dans le cas où la vitesse absolue de cet astre est nulle. Mais les relativistes ajoutent au postulat précédent ce complément essentiel :

Postulat de la relativité. — Si le postulat de Kepler-Fresnel est vrai pour les observateurs de l'astre A (adoptant leur astre comme corps de référence), il est vrai également pour les observateurs de l'astre B (adoptant leur astre comme corps de référence).

Autrement dit, l'astre B étant très éloigné de tous les autres et sans rotation par rapport aux étoiles, si les observateurs qu'il emporte adoptent un trièdre de référence qui lui soit invariablement lié, ils pourront définir une mesure des distances et du temps, telle que le principe de l'inertie et celui de Fresnel soient vérifiés.

Si l'astre B [très éloigné de tous les autres] est immobile par rapport au solide A (ou au trièdre de référence qui lui est lié invariablement), les mesures des observateurs de B concordent avec celles des observateurs de A, si éloignés que soient les deux astres [1]. La durée du même phénomène est la même pour les uns et pour les autres.

Mais si l'astre B est animé de la vitesse v par rapport à l'astre A (ou à son trièdre de référence), la durée *du même phénomène* est essentiellement différente, suivant qu'elle est mesurée par les observateurs de A ou par ceux de B.

---

temps d'autres unités qui sont avec les premières dans un rapport constant, ou par la substitution au trièdre de référence d'un autre trièdre lié invariablement au premier.

[1] D'après la théorie de la relativité généralisée, il faudrait introduire une légère correction à ces affirmations pour les phénomènes voisins de A, ou de B ou d'une masse importante, à cause de la petite influence de la gravitation sur les mesures et sur la propagation de la lumière ; si on veut encore, il faudrait supposer que les masses de A et de B, sont peu considérable ains que les masses voisines des phénomènes étudiés.

Par exemple, supposons qu'un signal instantané s'allume successivement en deux points P, Q et de l'espace, et que les observateurs de A mesurent l'intervalle de temps qui sépare les deux signaux, *en le corrigant de la durée de la transmission de chaque signal à* A : l'intervalle de temps ainsi mesuré ne coïncidera pas avec celui qu'auront mesuré avec les mêmes précautions, les observateurs de B, et la différence dépendra à la fois de la vitesse v et de la position de P et de Q.

11. — *Les formules de Lorentz-Einstein.* — Appelons x, y, z les coordonnées d'un point de l'espace rapportées au trièdre trirectangle $Axyz$ lié invariablement à l'astre A, et t le temps mesuré par les observateurs de A. Soit de même x_1, y_1, z_1, t_1 les coordonnées espace-temps mesurées par les observateurs de B. Entre x, y, z, t et x_1, y_1, z_1, t_1, il existe une correspondance :

$$(1) \qquad x = f(x_1, y_1, z_1, t_1), \quad y = \ldots, \quad z = \ldots, \quad t = \gamma\,(x_1, y_1, z_1, t_1).$$

Considérons un rayon de lumière qui, pour les observateurs de A, entre les instants t et $t + dt$, parcourt le petit segment rectiligne dont l'origine est (x, y, z) et l'extrémité $(x + dx, \; y + dy, \; z + dy)$. On a :

$$\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} = V^2,$$

(V vitesse de la lumière) ou encore

$$(2) \qquad dx^2 + dy^2 + dz^2 - V^2 dt^2 = 0.$$

De même, pour les observateurs de B, on a (V désignant la même constante) :

$$(3) \qquad dx_1^2 + dy_1^2 + dz_1^2 - V^2 dt_1^2 = 0.$$

Si dans le premier membre de (2) on remplace dx, dy dz, dt en fonction linéaire de dx_1, dy_1, dz_1, dt_1 (d'après

les équations (1) différentiées), l'expression devient un polynome homogène du 2e degré en dx_1, dy_1, dz_1, dt_1, qui égalée à zéro doit équivaloir à l'équation (3), et qui par conséquent doit coïncider avec le premier membre de (3) à un certain facteur $\lambda(x_1, y_1, z_1, t_1)$ près. En un mot, le changement de variables (1) doit entraîner l'égalité :

$$(4) \qquad dx^2 + dy^2 + dz^2 - V^2 dt^2 = \lambda(x_1, y_1, z_1, t_1)[dx_1^2 + dy_1^2 + dz_1^2 - V^2 dt_1^2].$$

Or, les mathématiciens savent déterminer toutes les transformations (1) qui satisfont à la condition (4) : ce sont, en posant pour un instant [1] $Vt = \tau i$, $Vt_1 = \tau_1 i$, ou bien les transformations linéaires orthogonales dans l'espace (x, y, z, τ) accompagnées d'une homothétie, ou bien une inversion dans l'espace (x, y, z, τ) accompagnée d'une transformation linéaire orthogonale. Or, il est facile de voir que l'inversion entraînerait des conséquences absurdes. Restent donc les transformations linéaires orthogonales accompagnées d'une homothétie ; dans ce cas, le facteur λ est une constante, mais comme les deux modes de référence A et B doivent jouer un rôle symétrique, on doit avoir :

$$\lambda = \frac{1}{\lambda}, \qquad \text{donc} \qquad \lambda = \pm 1.$$

Pour $c = 0$, la transformation (1) se réduit à la transformation identique : $x = x_1$, $y = y_1$, $z = z_1$, $t = t_1$; donc λ est égal à $+1$. D'où cette conclusion que la transformation (1), est nécessairement *une transformation linéaire orthogonale* de l'espace (x, y, z, t). En choisissant

[1] Cette introduction d'imaginaires n'a d'autre but que de simplifier les calculs, mais il ne faut lui attacher aucun sens mystique, et si elle est commode, elle n'est point essentielle et l'on pourrait s'en passer.

l'axe Ax parallèle à v et du sens v, en choisissant ensuite convenablement les axes trirectangles $Bx_1y_1z_1$ liés invariablement à B, on montre aisément que les formules (1) peuvent s'écrire [1] :

$$\left\{\begin{aligned} x - a &= \alpha(x_1 - vt_1), \\ y - b &= y_1, \\ z - c &= z_1, \\ t - d &= \alpha\left(t_1 - \frac{vx_1}{V^2}\right), \end{aligned}\right.$$

avec

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}},$$

a, b, c, d désignant quatre constantes arbitraires, qu'on peut supposer nulles en changeant l'origine du temps t et en transportant l'origine des axes $Axyz$ au point (a, b, c) lié invariablement à A.

12. Que les formules précédentes et les hypothèses qu'elles traduisent rendent compte de l'expérience de Michelson, la chose est certaine d'avance puisque c'est cette expérience qui les a suscitées. Mais le résultat vraiment remarquable, c'est que les formules (5) rendent compte d'une façon très satisfaisante de l'expérience de Fizeau.

Puisque, par hypothèse, la science construite par les observateurs de A ne doit se distinguer en rien de la science construite par les observateurs de B, il faudra que toutes les formules de la Mécanique proprement dite [2] et

[1] Dans ce changement de repérage, tout mouvement rectiligne et uniforme reste rectiligne et uniforme, mais la vitesse (constante) change en général de direction et de grandeur.

[2] Dans la mécanique Newtonienne, les formules de la Mécanique proprement dite ne subissent aucune modification dans la transformation : $t = t_1$, $x = x_1 - vt$, $y = y_1$, $z = z_1$.

de la Physique soient les mêmes quand on substitue au repérage espace-temps (x, y, z, t) le repérage espace-temps (x_1, y_1, z_1, t_1).

Tel est le principe de la relativité restreinte. On voit que cette théorie, contrairement à ce qu'affirment ou que laissent entendre de trop nombreux exposés, suppose l'existence d'axes privilégiés Dans la théorie relativiste comme dans la théorie classique, il existe au moins une mesure de longueurs et du temps et un trièdre de référence tels que le principe de Kepler et le principe de Fresnel soient vrais dans le vide sidéral. Mais dans la théorie classique, ce repérage est unique : dans la théorie de la relativité, il existe une infinité de tels repérages, dont les trièdres (emportant leurs observateurs) sont animés l'un par rapport à l'autre, d'une translation rectiligne et uniforme, et les formules de passage d'un des repérages à l'autre sont les formules indiquées ci-dessus. Ces trièdres privilégiés coïncident avec ceux qualifiés par nous d'axes absolus : autrement dit, dans l'état actuel de nos mesures, ces trièdres sont les *axes de Copernic* (axes de directions fixes par rapport aux étoiles lointaines, et dont l'origine est le centre de gravité du système solaire) ou les *axes de Galilée* animés par rapport à ceux-ci d'une translation rectiligne et uniforme.

4. J'ai signalé dans l'introduction l'erreur presque universelle qui consiste à croire que si deux systèmes d'axes, qui ne sont pas des axes de Galilée, sont animés l'un par rapport à l'autre d'une translation rectiligne et uniforme, les formules de passage entre les mesures des deux groupes d'observateurs qu'ils emportent soient les formules (5). Considérons par exemple un astre A qui tourne uniformément par rapport aux étoiles, et soit $Axyz$ un trièdre lié

invariablement à A, et B un autre corps d'orientation invariable par rapport à $Axyz$ et animé par rapport aux observateurs de A d'une translation rectiligne et uniforme : soit $Bx_1y_1z_1$ des axes invariablement liés à B, donc de directions fixes par rapport à $Axyz$. Si le corps B emporte un groupe d'observateurs, il faut bien se garder de voir que les formules de passage entre les mesures des deux groupes soient les formules (5). La correspondance est beaucoup plus compliquée, et la simultanéité de deux phénomènes en deux lieux différents ne peut d'ailleurs être définie ni par l'un ni par l'autre des deux groupes d'observateurs.

NOTE SUR LE PRINCIPE DE L'ACTION ET DE LA RÉACTION

1. — Soit P et P_1 deux éléments matériels très éloignés de tous les autres et dont nous étudions le mouvement par rapport à des axes absolument fixes [1].

Le principe de causalité et le postulat des conditions initiales nous enseignent seulement (voir p. 42 et 75) que les accélérations de P et de P_1 sont bien déterminées à l'instant t quand on connaît à cet instant la position des deux éléments et leurs vitesses absolues $\vec{v} = \overrightarrow{P}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{P_1}$. Considérons la figure géométrique formée par le segment PP_1, les deux vecteurs $\overrightarrow{PV}$ et $\overrightarrow{P_1V_1}$ et les deux accélérations absolues $\overrightarrow{P\gamma}$ et $\overrightarrow{P_1\gamma_1}$ de P et de P_1 : cette figure peut se transporter dans l'espace comme une figure invariable et elle est indépendante de l'instant t considéré. Autrement dit, si on

(1) Nous supposons que chacun de ces éléments reste identique à lui-même dans ses déplacements.

considère aux instants t_0 et t_1 des conditions initiales telles que les deux figures VPP_1V_1 soient superposables, les deux figures obtenues en complétant celles-ci des vecteurs $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ seront également superposables. Toute symétrie *géométrique et mécanique* dans ces conditions initiales subsiste dans les accélérations $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$: si les deux vecteurs PV et P_1V_1 sont dans un même plan, $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ sont aussi dans ce plan ; si PV et P_1V_1 sont dirigés selon la droite PP_1, $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ sont aussi dirigés selon cette droite ; si PV et P_1V_1 sont nuls, $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ sont dirigés selon la droite PP_1 (1).

Quand les deux éléments P et P_1 sont identiques, toute symétrie géométrique dans la figure VPP_1V_1 subsiste dans les accélérations $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$. Quand PV et P_1V_1 sont symétriques par rapport au milieu O de PP_1, les vecteurs $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ sont symétriques par rapport à O. Quand PV et P_1V_1 sont égaux et directement opposés, en particulier quand ils sont nuls, $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ sont égaux et directement opposés.

Mais hors ces conséquences, le champ des hypothèses reste ouvert ; le principe de causalité, complété par l'axiôme des conditions initiales, n'entraîne nullement cette conséquence que $\overline{P\gamma}$ et $\overline{P_1\gamma_1}$ doivent avoir comme ligne d'action la droite qui joint les deux éléments : cette conséquence ne s'impose que si chacune des deux vitesses initiales est dirigée selon la droite PP_1 ou nulle.

(1) En toute rigueur, ces propositions ne sont des conséquences des deux axiômes fondamentaux rappelés que si les éléments P et P_1 ont *géométriquement et mécaniquement* la symétrie de la sphère autour d'un de leurs points, et s'ils ne tournent pas autour de ce centre. Mais quand les deux éléments ont de très petites dimensions devant leur distance, on admet que l'influence de leur forme est nulle et que la vitesse d'un quelconque de leurs points est la même que celle de leurs centres

2. — Plaçons-nous dans le cas où les vitesses initiales sont nulles ; si P et P_1 sont deux éléments identiques, $\overline{P\gamma}$ et $\overline{P_1\gamma_1}$ sont égaux et directement opposés [1]. Ajoutons aux deux principes précédents l'axiôme de la composition des accélérations absolues ou règle du parallélogramme (voir page 27) : si P et P_1 sont formés le premier de n, le second de n_1 atômes identiques, on peut démontrer qu'en valeur absolue $\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{n_1}{n}$, et que géométriquement on a : $n\overline{\gamma} = -n_1\overline{\gamma_1}$. On est conduit ainsi à admettre **ce nouveau postulat** : à chaque élément matériel P, P_1, etc., on peut attacher un nombre positif m, m_1, ..., qu'on appellera *sa quantité de matière*, qui ne change pas pourvu qu'on n'enlève ni n'ajoute à l'élément aucune parcelle de matière, et tel qu'on ait en valeur absolue, quand $v = v_1 = 0$:

$$m\gamma = m_1\gamma_1, \tag{1}$$

et géométriquement : $m\overline{\gamma} = -m_1\overline{\gamma_1}$.

Ce postulat admis, la règle du parallélogramme permet de démontrer que, si P se compose de plusieurs éléments P', P'', P''', ..., on a :

$$m = m' + m'' + m''' + \ldots,$$

m, m', m'', ... étant les quantités de matière de P, P', P''...

Complétons maintenant les postulats précédents par *le postulat de Galilée* : « Les accélérations des éléments P et P_1 ne dépendent que de la position des deux points et non de leurs vitesses. » Le principe de l'action et de la réaction est alors acquis dans son intégralité. Il est même loisible

[1] On admet qu'il en est encore ainsi si les deux éléments sont en contact ou très voisins.

d'admettre que les accélérations de P et P_1 peuvent dépendre de $\frac{dr}{dt}$, (r désignant la distance PP_1).

3. — Mais le postulat de Galilée est très restrictif : admettons seulement que les lois de la Mécanique *matérielle* ne changent pas quand (*le temps restant défini de la même manière*) on substitue aux axes absolument fixes des axes animés d'une translation absolue rectiligne et uniforme; alors les accélérations $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ ne dépendent que de la position des points P et P_1 et de la différence géométrique $\overline{v_1} - \overline{v}$ ou $\overline{w}$. On peut, par suite, se placer dans le cas où $\overline{v_1} = \frac{\overline{w}}{2}$ et $\overline{v} = -\frac{\overline{w}}{2}$: les vecteurs $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ sont nécessairement dans le plan qui contient la droite PP_1 et qui est parallèle à w; si le vecteur $\overline{w}$ est parallèle à PP_1 ou nul, $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ sont dirigés suivant cette droite.

Quand P et P_1 sont identiques, $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ sont (dans tous les cas) symétriques par rapport à O, donc parallèles, égaux et de sens contraire ; mais ils peuvent avoir une composante perpendiculaire à PP_1 ; ils sont directement opposés si w est nul ou parallèle à PP_1.

La règle du parallélogramme (page 27) permet là encore de démontrer que $\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{n_1}{n}$, quand on suppose P et P_1 formés respectivement de n et de n_1 éléments, tous identiques entre eux. On serait aussi conduit à modifier le principe de l'action et de la réaction ainsi : quand le vecteur $\overline{w} = \overline{v} - \overline{v_1}$ a une composante perpendiculaire à PP_1, on a encore l'égalité :

$$m\overline{\gamma} = -m_1\overline{\gamma_1}$$

mais les deux vecteurs $\overline{P\gamma}$ *et* $\overline{P_1\gamma_1}$ *ne sont pas directement*

opposés, les m désignant toujours la *quantité de matière* de chaque élément, définie plus haut.

4. — Mais les conceptions Newtoniennes n'exigent en aucune façon que les accélérations $\overline{\gamma}$ et $\overline{\gamma_1}$ dépendent de $\overline{r}$ et de $\overline{r_1}$ par la seule différence géométrique $\overline{v} - \overline{v_1}$. Plaçons-nous notamment dans le cas où $\overline{r}$ et $\overline{r_1}$ ont PP_1 comme ligne d'action ; $P\gamma$ et $P_1\gamma_1$ ont alors cette même ligne d'action. Admettons qu'ils soient de sens contraire et qu'en valeur absolue, ont ait :

$$m\gamma = \frac{\Phi}{f(v)}, \qquad m_1\gamma_1 = \frac{\Phi}{f(v_1)}$$

Φ désignant une quantité déterminée quand r est donné ainsi que v et v_1 et leur sens. On aura :

$$mf(v)\overline{\gamma} = -m_1f(v_1)\overline{\gamma_1}.$$

Pour des conditions initiales quelconques, admettons encore que γ et γ_1 soient directement opposés (et aient par conséquent PP_1 comme ligne d'action), et qu'en valeur absolue :

$$mf(v)\gamma = m_1f(v_1)\gamma_1.$$

Il serait naturel de modifier la définition classique de la force et d'appeler force s'exerçant à l'instant t sur P le vecteur $mf(v)\overline{\gamma}$; la *masse* $mf(v)$ serait le produit de la quantité de matière m par la fonction $f(v)$.

4. — On peut adopter une hypothèse moins restrictive, et admettre que, pour $\overline{v}$ et $\overline{v_1}$ quelconques, l'accélération de P est dans le plan VPP_1 mais a une composante perpendiculaire à PP_1. Soit Pn la normale à la trajectoire de P menée dans le plan osculateur VPP_1 vers le centre de courbure ; les projections de $m\overline{\gamma}$ sur PV et sur Pn sont $m\dfrac{dv}{dt}$ et $m\dfrac{v^2}{\rho}$. ρ désignant le rayon de courbure de

la trajectoire ; admettons (θ désignant l'angle compris entre O et π de PV et de la projection de Pn sur PP$_1$) que les formules suivantes soient vérifiées :

$$m\frac{dv}{dt} = \Phi\frac{\cos\theta}{f(v)}, \qquad m\frac{v^2}{\rho} = \frac{\Phi\sin\theta}{\psi(v)},$$

f et ψ désignant deux fonctions positives de v et Φ désignant une certaine quantité positive bien déterminée quand on connaît P, P$_1$, $\overline{v}$ et $\overline{v_1}$. Ces égalités signifient que si on porte sur PP$_1$ (dans le sens défini par la projection de Pn sur cette droite le vecteur Φ, ce vecteur a comme projections sur PV et Pn les quantités $mf(v)\frac{dv}{dt}$, $m\psi(v)\frac{v^2}{\rho}$. Les hypothèses analogues étant faites bien entendu sur l'élément P$_1$, admettons enfin que le vecteur $\overline{\Phi_1}$ correspondant à P$_1$ soit égal et directement opposé au vecteur Φ. Il sera naturel dans ce cas de modifier la définition de la force, et d'appeler force s'exerçant à l'instant t sur P le vecteur dont les composantes suivant Pt (tangente à la trajectoire dans le sens du mouvement) et Pn (normale principale à la trajectoire menée vers le centre de courbure) sont :

$$mf(v)\frac{dv}{dt} \text{ ou } mf(v)\gamma_t \text{ (suivant P}t\text{)}$$

et $m\psi(v)\frac{v^2}{\rho}$ ou $m\psi(v)\gamma_n$ (suivant Pn).

Il y aura donc lieu de distinguer deux masses de P, la *masse longitudinale* $mf(v)$ et la *masse transversale* $m\psi(v)$, qui sont égales pour $v = 0$ et les petites valeurs de v. Comme f et ψ sont de dimension zéro, on peut introduire, si l'on veut, le rapport $\frac{v}{V} = u$, V désignant la vitesse de la

lumière dans le vide sidéral : la masse longitudinale devient $mf_1'(u)$ et la masse transversale $m\psi_1(u)$. En appliquant cette définition au cas des deux éléments P et P_1 en présence, on voit que le vecteur que nous avons appelé Φ correspond à la nouvelle définition de la force s'exerçant à l'instant t sur P : de même Φ_1 pour P_1. Ces deux forces ainsi définies Φ et Φ_1 sont égales et directement opposées.

La Mécanique que l'on construirait ainsi (et qui comprend la mécanique classique dans le cas particulier où $f(r) \equiv \psi(r) \equiv 1$) est compatible avec l'axiôme de causalité copernicien, avec son corollaire de la symétrie, avec l'axiôme des conditions initiales, enfin avec l'axiôme de la composition des forces [1]. Il est impossible de n'être pas frappé de l'analogie qui existerait entre une telle Mécanique et celle de Lorenz. Remarquons que la discussion du principe de causalité scholastique nous a conduits en passant à émettre, par jeu d'esprit, l'hypothèse suivante (p. 58) : les atômes sphériques au repos absolu, seraient *allongés* (ou au contraire seraient *contractés*) dans le sens de la vitesse. Il est intéressant que des considérations purement spéculatives conduisent [2] à des conceptions si proches de celles qu'ont suscitées l'étude et la théorie des électrons et des radiations diverses.

---

[1] On pourrait élargir encore les hypothèses faites dans ce numéro et construire une mécanique plus vaste compatible avec les mêmes principes.

[2] C'est en 1905 et 1909 qu'ont été publiés les deux opuscules qui précèdent ces notes; mais ils ne font que traduire, avec le minimum de terminologie mathématique, l'exposé des principes de la Mécanique tel que je l'ai enseigné depuis 1889 à la Faculté des Sciences de Lille, et plus tard à la Sorbonne et à l'Ecole Polytechnique. En particulier, la discussion qu'on vient

On voit que, sans abandonner la notion du mouvement et du temps absolus, bien des hypothèses restent ouvertes qui ne me semblent pas avoir été poursuivies avec assez de persévérance pour qu'on les regarde comme condamnées.

---

de lire sur le principe de l'action et de la réaction figurait dans mon cours de la Faculté de Lille de 1890, à une époque où il n'était encore question en Physique ni de masse longitudinale, ni de masse transversale.

TABLE DES MATIÈRES

Pages

AVERTISSEMENT V

INTRODUCTION VII

Les Axiomes de la Mécanique classique 1

Les axiomes de la Mécanique et le principe de causalité 45

Note sur la propagation de la lumière 81

ERRATA.

Page 82, figure 1. Le petit vecteur SV, à gauche, doit être remplacé par Sv.

Page 92. Le premier membre de l'équation de la ligne 6 doit être remplacé par le suivant :

$$\int\left[\frac{1}{\sqrt{V^2 - v^2\sin^2\theta} + v\cos\theta} + \frac{1}{\sqrt{V^2 - v^2\sin^2\theta} - v\cos\theta}\right].$$

Page 93, ligne 18, mettre un point après Δ et supprimer ce qui suit jusqu'au mot « Quand » de la ligne suivante.

Page 101, ligne 27, *au lieu de* (x, y, z, t), *lire* (x, y, z, τ).

Page 104, ligne 22, remplacer les deux équations qui y figurent par les suivantes : $\bar{v} = \overline{PV}$ et $\bar{v}_1 = \overline{P_1V_1}$.

QA
802
P3
cop.2

P&A Sci.

Painlevé, Paul
Les axiomes de la méchanique.

PLEASE DO NOT REMOVE
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY